

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1.1

1. Пусть R – множество действительных чисел; A , B и C – его подмножества. Задайте геометрическую интерпретацию множества

1. $(A \setminus C) \times B$, если $A = [0; 4]$; $B = [-1; 3]$; $C = [1; 3]$.
2. $A \times (B \setminus C)$, если $A = [-3; 4]$; $B = [-1; 3]$; $C = [1; 3]$.
3. $(C \setminus B) \times A$, если $A = [-1; 4]$; $B = [-1; 3]$; $C = [1; 6]$.
4. $(A \cup C) \times B$, если $A = [0; 2]$; $B = [-1; 3]$; $C = [1; 3]$.
5. $A \times (B \cap C)$, если $A = [0; 5]$; $B = [-1; 3]$; $C = [1; 3]$.
6. $(C \cap B) \times A$, если $A = [-2; 4]$; $B = [1; 4]$; $C = [1; 6]$.

Пусть R – множество действительных чисел; $A = [-1; 4]$, $B = [-2; 2]$, $C = [1; 7]$, $D = [1; 2]$ – его подмножества. Задайте геометрическую интерпретацию множества

7. $(A \times B) \setminus (C \times D)$.
8. $(A \times C) \setminus (B \times D)$.
9. $(A \times D) \setminus (C \times B)$.
10. $(A \times C) \cap (B \times D)$.
11. $(C \times A) \cup (D \times B)$.
12. $(A \times D) \cup (C \times B)$.
13. $(D \times A) \cap (B \times C)$.
14. $(A \times B) \cap (C \times D)$.
15. $(C \times D) \cup (A \times B)$.

Найдите пересечение и объединение множеств A и B , а также множества $A \setminus B$ и $B \setminus A$, если

16. $A = \{(x, y) \mid x \in R; -3 \leq y \leq 0\}$ и $B = \{(x, y) \mid y \in R; -1 \leq x \leq 5\}$.
17. $A = \{(x, y) \mid x \in R; -1 \leq y \leq 1\}$ и $B = \{(x, y) \mid y \in R; -1 \leq x \leq 1\}$.
18. $A = \{(x, y) \mid x \in R; -4 \leq y \leq 2\}$ и $B = \{(x, y) \mid y \in R; -2 \leq x \leq 6\}$.
19. $A = \{(x, y) \mid x \in R; -1 \leq y \leq 5\}$ и $B = \{(x, y) \mid y \in R; -4 \leq x \leq 2\}$.
20. $A = \{(x, y) \mid x \in R; -7 \leq y \leq -5\}$ и $B = \{(x, y) \mid y \in R; 1 \leq x \leq 4\}$.

21. Заданы два множества A и B (рис. а). Изобразите множества $A \cup B$; $A \cap B$; $A \setminus B$; $A \Delta B$.

22. Заданы два множества A и B (рис. б). Изобразите множества $A \cup B$; $A \cap B$; $B \setminus A$; $A \Delta B$.

23. Заданы два множества A и B (рис. в). Изобразите множества $A \cup B$; $A \cap B$; $A \setminus B$; $A \Delta B$.

24. Заданы два множества A и B (рис. г). Изобразите множества $A \cup B$; $A \cap B$; $B \setminus A$; $A \Delta B$.

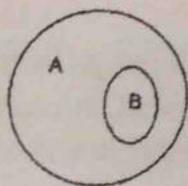


Рис. а

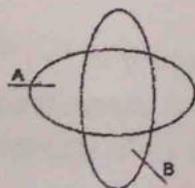


Рис. б

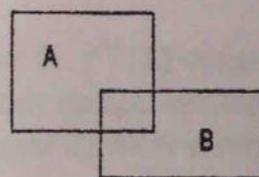


Рис. в

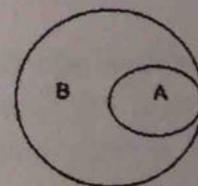


Рис. г

Заданы три множества A , B и C . Найдите элементы множества D , если

27. $A = \{1; 3; 5; 7\}$, $B = \{-7; -2; 5; 10\}$, $C = \{-2; 3; 4; 5\}$ и $D = A \cap (B \cup C)$.
28. $A = \{1; 2; 4; 5\}$, $B = \{-6; -2; 5; 7\}$, $C = \{-2; 3; 4; 5\}$ и $D = A \cup (B \setminus C)$.
29. $A = \{-2; 0; 5; 8\}$, $B = \{-4; -2; 8; 12\}$, $C = \{-2; 0; 7; 10\}$ и $D = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
30. $A = \{-5; 0; 4; 9\}$, $B = \{-4; 0; 4; 12\}$, $C = \{-5; 0; 7; 9\}$ и $D = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$.

2. Пусть X и Y означают соответственно: «данный четырехугольник есть ромб» и «диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны». Выразите в символической форме следующие высказывания:

1. если четырехугольник есть ромб, то диагонали этого четырехугольника взаимно перпендикулярны;
2. неверно, что если диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны, то этот четырехугольник есть ромб;
3. четырехугольник не ромб, или его диагонали взаимно перпендикулярны.

Выразите в символической форме сложное высказывание:

4. «если студент устал или голоден, то он не может заниматься»;
5. «если студенты МАДИ выиграют в соревнованиях, а студенты МАИ или МГУ проиграют, то студенты МИФИ потеряют первое место»;
6. «если день короткий, то это лето и идет дождь»;
7. «число делится на 6 тогда и только тогда, когда оно четное и делится на 3»;
8. «если наступила весна, то день стал длинным и запели птицы»;
9. «студенты любят играть в компьютерные игры или смотреть фильмы, но не любят читать книги»;
10. «студенческий спортивный клуб выиграл соревнования по волейболу и баскетболу, но проиграл по футболу».

Пусть заданы следующие высказывания: A – «сегодня ясно», B – «сегодня идет дождь», C – «сегодня идет снег», D – «вчера было пасмурно». Сформулируйте предложения, записанные в виде формул:

$$11. A \rightarrow \overline{B \wedge C}; \quad 12. D \wedge (B \vee A); \quad 13. (D \rightarrow B) \vee A.$$

Пусть P означает «число m делится на число n », Q – «число m делится на число k », R – «число m делится на произведение $n \cdot k$ ». Сформулируйте предложения, записанные в виде формул:

$$14. \overline{P \wedge Q}; \quad 15. P \wedge Q \rightarrow R; \quad 16. P \vee Q \rightarrow R; \quad 17. P \wedge Q \sim R.$$

Пусть заданы следующие высказывания: A – «студенты МАДИ на первом курсе изучают математику», B – «студенты МАДИ на первом курсе изучают химию», C – «студенты МАДИ на втором курсе изучают теоретическую механику». Сформулируйте предложения, записанные в виде формул:

$$18. A \vee B \rightarrow \overline{C}; \quad 19. C \wedge (A \vee B); \quad 20. (C \rightarrow A) \vee \overline{B}.$$

Постройте таблицу истинности высказывания:

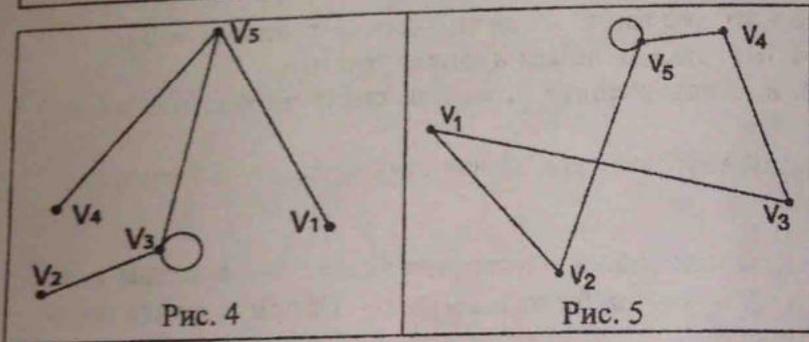
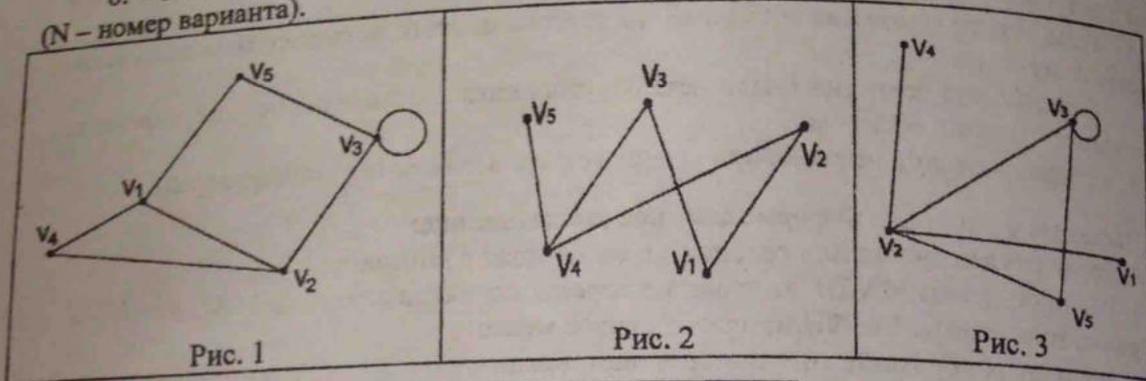
$$\begin{array}{llll} 21. \overline{X} \wedge Y; & 22. X \wedge \overline{Y}; & 23. \overline{X} \vee \overline{Y}; & 24. \overline{\overline{X} \wedge Y}; \\ 25. X \wedge (Y \rightarrow \overline{X}); & 26. \overline{Y} \vee (\overline{X} \rightarrow Y); & 27. X \rightarrow Y \vee \overline{X}; & \\ 28. X \wedge Y \rightarrow X \vee Y; & 29. \overline{\overline{X} \wedge \overline{Y}}; & 30. \overline{\overline{X} \vee \overline{Y}}. & \end{array}$$

3. Изобразите граф с множеством вершин $V = \{v_1; v_2; v_3; v_4; v_5\}$ и множеством ребер E .

1. $E = \{(v_2; v_1); (v_2; v_2); (v_2; v_3); (v_2; v_4); (v_2; v_5); (v_3; v_3); (v_4; v_5)\}$.
2. $E = \{(v_1; v_1); (v_1; v_2); (v_1; v_4); (v_2; v_3); (v_2; v_4); (v_3; v_1); (v_3; v_5)\}$.
3. $E = \{(v_1; v_3); (v_1; v_5); (v_1; v_1); (v_2; v_2); (v_2; v_3); (v_3; v_4); (v_4; v_5)\}$.
4. $E = \{(v_1; v_2); (v_1; v_4); (v_1; v_5); (v_2; v_3); (v_2; v_4); (v_3; v_3); (v_3; v_5)\}$.

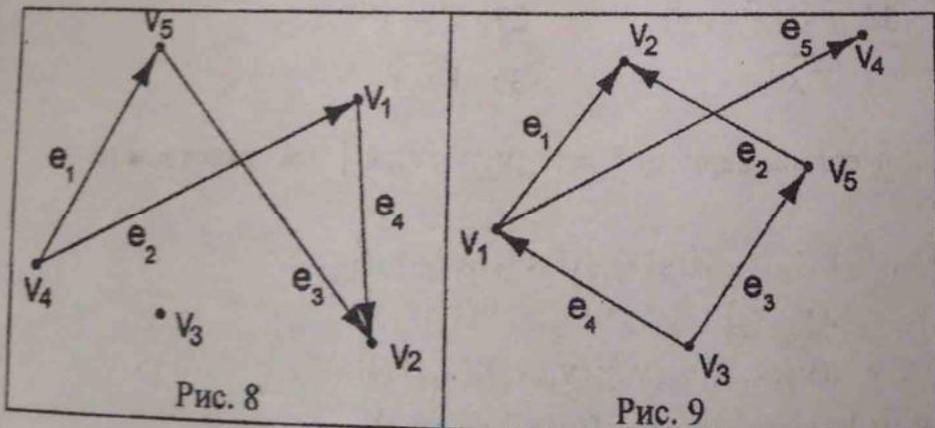
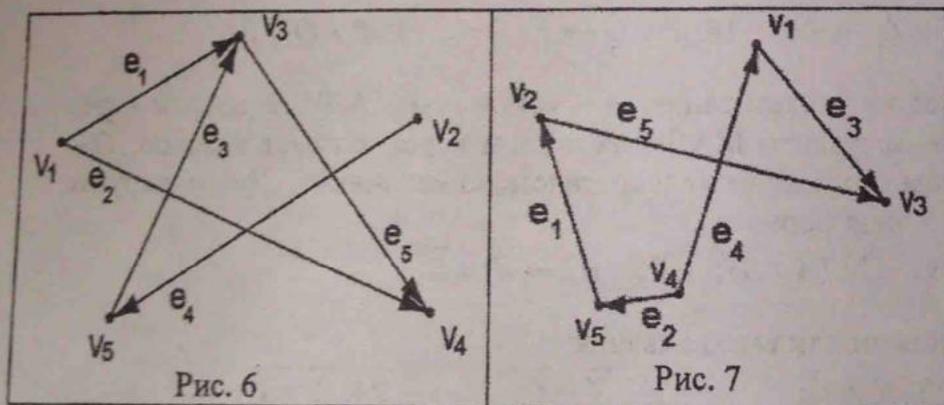
5. $E = \{(v_1; v_3); (v_1; v_4); (v_1; v_5); (v_2; v_4); (v_2; v_5); (v_3; v_2); (v_5; v_5)\}$.

6. - 10. Найдите матрицу смежности для графа, изображенного на рисунке (N-5) (N – номер варианта).



11. - 20. Найдите матрицу инцидентности для ориентированного графа, изображенного на рисунке (N-5) (N – номер варианта).

21. - 30. Найдите матрицу смежности для ориентированного графа, изображенного на рисунке (N-15) (N – номер варианта).



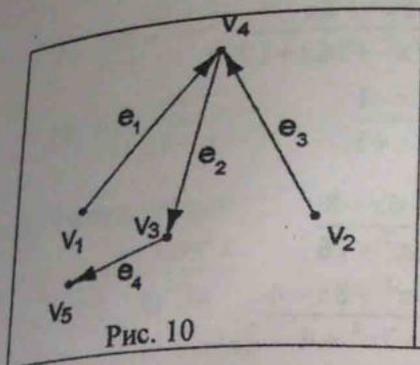


Рис. 10

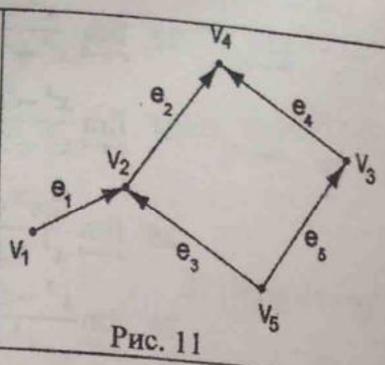


Рис. 11

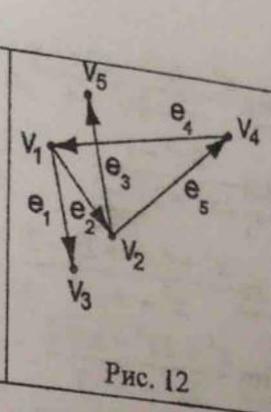


Рис. 12

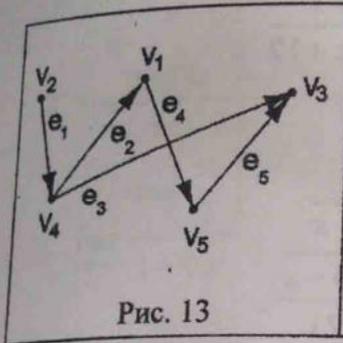


Рис. 13

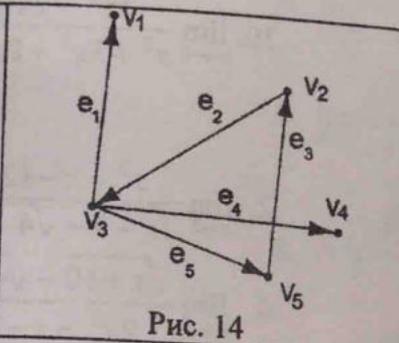


Рис. 14

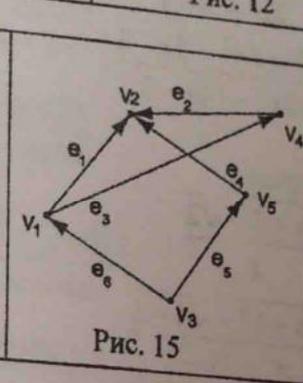


Рис. 15

4. Найти предел.

$$1. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 6x^2 + 3x + 18}{2x^2 - 7x + 3}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 5x - 6}{3x^2 + x - 14}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^4 - x^2 + 2x + 1}{-x^2 + 6x + 7}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 2x^3 - 27}{3x^2 + 2x - 33}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 + 2x^4 + 10x - 20}{x^3 + 8}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 7x^2 + 15x - 9}{x^3 - 8x^2 + 21x - 18}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 - 7x^2 + 11x - 5}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 2x^3 - 27}{2x^2 + x - 21}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 32}{5x^2 + 3x - 26}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^4 + 2x^2 + 20x - 16}{5x^2 + 8x - 4}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{8x^2 - 13x - 6}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 7x^2 + 4x - 6}{2x^2 + 7x + 3}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + x^3 - 2x^2 - 3x - 1}{x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 + 5x + 4}{x^3 - x^2 - 3x - 1}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^4 + 4x^2 + 5x}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{3x^2 + 5x + 2}$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 - 4}$$

$$23. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{2x^2 + 3x - 2}$$

$$25. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 4x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 6}$$

$$27. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{2x^4 - x - 3}$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 7x^2 - 5x - 3}{5x^2 - 14x - 3}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12}$$

$$24. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 2x + 1}$$

$$26. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x^2 + 6x - 8}{x^3 + 3x^2 + 16}$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4}$$

$$30. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 7x + 2}{x^3 + 3x^2 + 8x + 12}$$

5. Найти предел.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+12} - \sqrt{4-x}}{x^2 + 2x - 8}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x+1}}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+17} - \sqrt{2x+12}}{x^2 + 8x + 15}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{7-x} - \sqrt{7+x}}{\sqrt{7x}}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2}$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}}$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{x+4}}{3x^2 - 4x + 1}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+3x}}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+6}}{2x^2 - 7x - 15}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{\sqrt{x+2} - 3}$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - 4}{x^2 + 2x - 15}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{3 - \sqrt{x}}$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{3x} - x}$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x^2} - 1}{x^3 + x^2}$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3}{\sqrt{8+x} - 3}$$

6. Найти предел.

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{\operatorname{tg}^2 3x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} - 2 \cos x}{\pi - 6x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(3x^2) - 1}{\sin^4 2x}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{1 + \sqrt[3]{x}}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{1 - \cos 8x}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \operatorname{tg} 3x}{\cos x - \cos^3 x}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin^2 \sqrt{x}}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2 \cos x}{\sin(\pi - 3x)}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - 1}{\sin^2 2x}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x(1 - \cos \sqrt{x})}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{\sin^3 x}$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 7x}{\operatorname{tg}(2\pi + 2x)}$$

$$25. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(1 - \cos x)^2}$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+20} - 4}{x^3 + 64}$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x^2 + x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{x}{2}\right)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2 \cos x}{\pi - 3x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{1 - \cos 3x}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} - 2 \cos x}{\pi - 4x}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 6x - 1}{x \cdot \operatorname{tg} 2x}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos 6x}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x(1 - \cos 4x)}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2} - 2 \cos x}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x^2) \operatorname{ctg} \pi x$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos\left(\frac{\pi(x-2)}{2}\right)}{\sqrt{2} - \sqrt{x+1}}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(9x^2)}{\sin^4 3x}$$

$$24. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{1 - 2 \cos x}$$

$$26. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)}{\operatorname{tg}\left(2\pi\left(x + \frac{1}{2}\right)\right)}$$

$$27. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos 3x) \operatorname{ctg}^2 4x.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x \sin 2x}.$$

7. Найти предел.

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x - 1}{x^2 + 4}.$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 4x^2 + x - 1}{2x^2 + x + 1}.$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 7}{3x^2 - x - 2}.$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x^3}{x^2 + 3x - 16}.$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + x^3 + 1}{3x^2 + x^4}.$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 7x^2 - 5x - 3}{5x^2 - 14x + 3}.$$

$$13. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x^3}{x^2 - 14x + 3}.$$

$$15. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^4 + 4x^2 - 1}{x - 3x^2 - x^4}.$$

$$17. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 3}{4x^2 + x^4}.$$

$$19. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x^3}{3x^2 - 5x - 16}.$$

$$21. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x + 11}{x^2 + 3x^3 - 2x^4}.$$

$$23. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + 2x^2 - x^3}{3x^2 - 4x - 15}.$$

$$25. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x^3 + 3x^4}{6x^2 + 5x + 14}.$$

$$27. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5x^3}{4x^2 + 3x - 1}.$$

$$29. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 3x^4 - 2x^2 + 1}{7x + 3x^2 - 2x^4}.$$

8. Найти предел.

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{4}{x^2 - 4} - \frac{1}{x - 2} \right).$$

$$28. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin x \cdot \operatorname{tg} 3x}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 3x^2 + x - 1}{3x^3 + 2x^2 - 1}.$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 3x^2 + x + 2}{x^4 + 1}.$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^2 - 1}{x + 3x^2 - 2x^4}.$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x^3}{5x^3 + 7x - 1}.$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 3x^2 - 18}{10x^4 - 18x^2 + 3}.$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3}{5x^2 + 4x^3 + 3x^4}.$$

$$14. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 7x^2 - 5x - 3}{x^4 - 4x^5}.$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + 4x^3 + x^4}.$$

$$18. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 - x + 3}{4x^2 + x^3}.$$

$$20. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 2x^2 - 1}{x + 3x^2 - 2x^4}.$$

$$22. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - 2x + 5x^2 + 9x^3}{2 + x^2 + 3x^3 - 2x^4}.$$

$$24. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{21x^2 - 10x + 7}{x^2 + 2x^3 - 2x^4}.$$

$$26. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2x^2 + 9x^3}{3 + 3x^2 - 2x^4}.$$

$$28. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x^3 + 5x^4}{4x^2 + 2x + 1}.$$

$$30. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 2x^3 + x^2 + 3}{7x + 3x^2 - 2x^4}.$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 6x + 5} - x \right).$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{4 \sin^2 x} - \frac{1}{\sin^2 2x} \right).$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -4} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{8}{16-x^2} \right).$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2-9} \right).$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right).$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{12}{x^3-8} \right).$$

$$13. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-4x}).$$

$$15. \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2-x+1}).$$

$$17. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin x}{\cos^2 x} - \operatorname{tg}^2 x \right).$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{2-x} - \frac{3}{8-x^3} \right).$$

$$21. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x-1} - \sqrt{x}).$$

$$23. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^2} \right).$$

$$25. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}).$$

$$27. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{(x+1)(x+2)} - x).$$

$$29. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2+1} - \sqrt{x^2+1}).$$

9. Найти предел.

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (5x-1) \ln \left(\frac{x-1}{x+5} \right).$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} (x+5) \ln \left(\frac{2x+3}{2x+4} \right).$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} (7-x) \ln \left(\frac{2x-1}{2x-3} \right).$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (2x-1) \ln \left(\frac{x+1}{x+2} \right).$$

$$9. \lim_{x \rightarrow \infty} (5x-1) \ln \left(\frac{3x+4}{3x} \right).$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+5x+4} - \sqrt{x^2+x}).$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\sin^2 x} - \operatorname{ctg}^2 x \right).$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+3x-x}).$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x+1} - \sqrt{x^2-x}).$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{4 \sin^2 \frac{x}{2}} \right).$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4} \right).$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2-4}).$$

$$18. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x} - \sqrt{x^2-x}).$$

$$20. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+7} - \sqrt{x^2-7}).$$

$$22. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2-7x+4} - 2x).$$

$$24. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2+1} - x \right).$$

$$26. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - x).$$

$$28. \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2+5x}).$$

$$30. \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1-x^3} + \frac{1}{x-1} \right).$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (2x-1) \ln \left(\frac{x+1}{x+3} \right).$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} (3x+2) \ln \left(\frac{2x+1}{2x+5} \right).$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} (3x-1) \ln \left(\frac{4x-1}{4x+3} \right).$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} (3x+2) \ln \left(\frac{5x+8}{5x-4} \right).$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \infty} (3x-2) \ln \left(\frac{2x-1}{2x-4} \right).$$

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x+3) \ln \left(\frac{x+2}{x+5} \right)$.
13. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x-3) \ln \left(\frac{3x-2}{3x+1} \right)$.
15. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x-1) \ln \left(\frac{3x+5}{3x-1} \right)$.
17. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x-7) \ln \left(\frac{3x+1}{3x+4} \right)$.
19. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x+3) \ln \left(\frac{3x-1}{3x+5} \right)$.
21. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x-1) \ln \left(\frac{3x}{3x+2} \right)$.
23. $\lim_{x \rightarrow \infty} (7x-1) \ln \left(\frac{3x+2}{3x+5} \right)$.
25. $\lim_{x \rightarrow \infty} (5x-1) \ln \left(\frac{2x-1}{2x+3} \right)$.
27. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x+7) \ln \left(\frac{2x+4}{2x+1} \right)$.
29. $\lim_{x \rightarrow \infty} 2x \ln \left(\frac{7x+1}{7x+3} \right)$.
12. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x-4) \ln \left(\frac{3x-2}{3x+5} \right)$.
14. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x-1) \ln \left(\frac{4x-2}{4x+1} \right)$.
16. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x+3) \ln \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)$.
18. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x-1) \ln \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)$.
20. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x-2) \ln \left(\frac{2x-3}{2x+1} \right)$.
22. $\lim_{x \rightarrow \infty} 5x \ln \left(\frac{2x+3}{2x+5} \right)$.
24. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x-1) \ln \left(\frac{5x+1}{5x+4} \right)$.
26. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x+4) \ln \left(\frac{2x-13}{2x+3} \right)$.
28. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x-7) \ln \left(\frac{2x+1}{2x-5} \right)$.
30. $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x-7) \ln \left(\frac{5x}{5x+3} \right)$.

10. Исследовать функцию на непрерывность и сделать её схематический чертёж.

$$1. y = \begin{cases} 2^x, & x \leq 0, \\ x+1, & 0 < x \leq 2, \\ 4, & x > 2. \end{cases} \quad 2. y = \begin{cases} 2x+3, & x \leq 0, \\ x^2+3, & 0 < x \leq 1, \\ 3, & x > 1. \end{cases} \quad 3. y = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{4} \\ 2, & x > \frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

$$4. y = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 0, \\ 3x^2+1, & 0 < x \leq 2, \\ 10, & x > 2. \end{cases} \quad 5. y = \begin{cases} 3x-1, & x \leq 0, \\ x^3-1, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases} \quad 6. y = \begin{cases} \cos x, & x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \frac{\pi}{2} < x < \pi, \\ 2, & x \geq \pi. \end{cases}$$

$$7. y = \begin{cases} 1, & x \leq \pi, \\ \sin x, & \pi < x \leq 2\pi, \\ x-2\pi, & x > 2\pi. \end{cases} \quad 8. y = \begin{cases} 1-\cos x, & x \leq 0, \\ 2x, & 0 < x \leq 2, \\ x, & x > 2. \end{cases} \quad 9. y = \begin{cases} 1-2x, & x < 0, \\ \cos x, & 0 \leq x < \pi, \\ 2, & x \geq \pi. \end{cases}$$

$$10. y = \begin{cases} -4x, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi, \\ \pi, & x > \pi. \end{cases} \quad 11. y = \begin{cases} 3, & x \leq -1, \\ \sqrt{x+2}, & -1 < x \leq 2, \\ x^2 - x, & x > 2. \end{cases} \quad 12. y = \begin{cases} x+2, & x < -1, \\ x^2+1, & -1 \leq x < 2, \\ 5, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$13. y = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 0, \\ \cos x, & 0 < x \leq \pi, \\ 2, & x > \pi. \end{cases} \quad 14. y = \begin{cases} 2x+1, & x \leq 0, \\ \sqrt{x+1}, & 0 < x \leq 3, \\ 3, & x > 3. \end{cases} \quad 15. y = \begin{cases} 5^x, & x < 0, \\ 2x^2+1, & 0 \leq x < 1, \\ 2, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$16. y = \begin{cases} 3, & x \leq 1, \\ x+2, & 1 < x \leq 3, \\ \sqrt{x+1}, & x > 3. \end{cases} \quad 17. y = \begin{cases} x-1, & x \leq 0, \\ -(x-1)^2, & 0 < x \leq 3, \\ 4, & x > 3. \end{cases} \quad 18. y = \begin{cases} -2, & x < 0, \\ x+1, & 0 \leq x < 2, \\ \sqrt{5+x^2}, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$19. y = \begin{cases} 3\sin x, & x < 0, \\ x^2, & 0 \leq x < 2, \\ 2x+3, & x \geq 2. \end{cases} \quad 20. y = \begin{cases} x+1, & x \leq 1, \\ \sqrt{x+3}, & 1 < x \leq 6, \\ 7, & x > 6. \end{cases} \quad 21. y = \begin{cases} 2\cos x, & x \leq 0, \\ 2-3x, & 0 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

$$22. y = \begin{cases} \sqrt{9+x^2}, & x \leq 0, \\ 3, & 0 < x \leq 2, \\ 2x+1, & x > 2. \end{cases} \quad 23. y = \begin{cases} x^2, & x \leq 0, \\ \operatorname{tg} x, & 0 < x < \frac{\pi}{2}, \\ 3, & x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad 24. y = \begin{cases} 5^x, & x \leq 0, \\ x^3+1, & 0 < x < 1, \\ 3, & x \geq 1. \end{cases}$$

$$25. y = \begin{cases} 2x-1, & x < 1, \\ x^2-1, & 1 \leq x \leq 2, \\ 3, & x > 2. \end{cases} \quad 26. y = \begin{cases} x^3, & x \leq 0, \\ x+3, & 0 < x \leq 3, \\ 6, & x > 3. \end{cases} \quad 27. y = \begin{cases} x^2+1, & x \leq 0, \\ 2x-1, & 0 < x \leq 1, \\ \sqrt{x}, & x > 1. \end{cases}$$

$$28. y = \begin{cases} x^2, & x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & 0 < x \leq 1, \\ x+2, & x > 1. \end{cases} \quad 29. y = \begin{cases} x+1, & x < 0, \\ 2^x, & 0 \leq x < 1, \\ 3, & x \geq 1. \end{cases} \quad 30. y = \begin{cases} 1, & x \leq 0, \\ \sqrt{1+x^2}, & 0 < x \leq 3, \\ 3, & x > 3. \end{cases}$$

11. Исследовать функцию на непрерывность в заданных точках и сделать её схематический чертёж.

$$1. y = 10^{\frac{1}{x-1}}, x_1 = 2, x_2 = 1. \quad 2. y = 9^{\frac{1}{3-x}}, x_1 = 1, x_2 = 3. \quad 3. y = 3^{\frac{1}{2-x}}, x_1 = 3, x_2 = 2.$$

$$4. y = 3^{\frac{1}{2-x}}, x_1 = 2, x_2 = 3. \quad 5. y = 2^{\frac{1}{5+x}}, x_1 = -6, x_2 = -5. \quad 6. y = 3^{\frac{1}{3-x}}, x_1 = 3, x_2 = 4.$$

$$7. y = 5^{\frac{1}{x-5}}, x_1 = 3, x_2 = 5. \quad 8. y = 4^{\frac{1}{3-x}}, x_1 = 2, x_2 = 3. \quad 9. y = 7^{\frac{1}{2x+4}}, x_1 = -1, x_2 = -2.$$

10. $y = 9^{\frac{1}{x-2}}$, $x_1 = 2$, $x_2 = 4$. 11. $y = 8^{\frac{1}{x+2}}$, $x_1 = 1$, $x_2 = -2$. 12. $y = 3^{\frac{1}{x+4}}$, $x_1 = -3$, $x_2 = -4$.
 13. $y = 10^{\frac{1}{x-1}}$, $x_1 = 2$, $x_2 = 1$. 14. $y = 8^{\frac{1}{2-3x}}$, $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{2}{3}$. 15. $y = 2^{\frac{1}{2-x}}$, $x_1 = 3$, $x_2 = 2$.
 16. $y = 2^{\frac{1}{x+3}}$, $x_1 = -2$, $x_2 = -3$. 17. $y = 4^{\frac{1}{3-2x}}$, $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{3}{2}$. 18. $y = 2^{\frac{1}{5-x}}$, $x_1 = 6$, $x_2 = 5$.
 19. $y = 6^{\frac{1}{x-3}}$, $x_1 = 4$, $x_2 = 3$. 20. $y = 7^{\frac{1}{3-x}}$, $x_1 = 4$, $x_2 = 3$. 21. $y = 10^{\frac{1}{x+4}}$, $x_1 = 0$, $x_2 = -4$.
 22. $y = 8^{\frac{1}{4-x}}$, $x_1 = 3$, $x_2 = 4$. 23. $y = 3^{\frac{1}{5-x}}$, $x_1 = 3$, $x_2 = 5$. 24. $y = 11^{\frac{1}{3-x}}$, $x_1 = 3$, $x_2 = 2$.
 25. $y = 5^{\frac{1}{2x-1}}$, $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = 1$. 26. $y = 6^{\frac{1}{3-4x}}$, $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{3}{4}$. 27. $y = 4^{\frac{1}{2x+3}}$, $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{3}{2}$.
 28. $y = 3^{\frac{1}{2x-1}}$, $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_2 = 1$. 29. $y = 5^{\frac{1}{x-2}}$, $x_1 = 2$, $x_2 = 3$. 30. $y = 16^{\frac{1}{4-x}}$, $x_1 = 0$, $x_2 = 4$.

12. Найти производную функции по определению.

- | | |
|---|---|
| 1. $f(x) = \sin 3x + 5x^2 - 4$. | 2. $f(x) = \cos 4x - 8x + 7$. |
| 3. $f(x) = \operatorname{tg} 2x - 3x + 2$. | 4. $f(x) = \operatorname{ctg} 5x - x^2 + 12$. |
| 5. $f(x) = \ln(4x) - 2x^2 - 14$. | 6. $f(x) = e^{8x} + 18x + 4$. |
| 7. $f(x) = 3^{2x} - 6x - 2$. | 8. $f(x) = \sqrt{x} + 2x^3 + 2$. |
| 9. $f(x) = \frac{4}{x} - 8x^2 + 19$. | 10. $f(x) = 2\sqrt{x} + e^x - 1$. |
| 11. $f(x) = \cos 2x + 3x^2 + 9$. | 12. $f(x) = \operatorname{ctg} 3x + 8x - 5$. |
| 13. $f(x) = 2x^2 - \sin 4x + 5$. | 14. $f(x) = \operatorname{tg} x - 3x^2 + 7$. |
| 15. $f(x) = 4\sqrt{x} - \ln(2x) - 2$. | 16. $f(x) = 5^x - \frac{8}{x} + 20$. |
| 17. $f(x) = e^{3x} + 4x^2 + 1$. | 18. $f(x) = \ln(2x) - \frac{1}{x} - 6$. |
| 19. $f(x) = 8^x + 6x^2 - 12$. | 20. $f(x) = 4^x + \cos 2x$. |
| 21. $f(x) = \ln(2x) - \sin x + 2$. | 22. $f(x) = \operatorname{tg} 5x - 4x^2 + 8$. |
| 23. $f(x) = \sin 8x - 6\sqrt{x} - 8$. | 24. $f(x) = 5 - \frac{7}{x} + \cos x$. |
| 25. $f(x) = \operatorname{ctg} 2x + e^x + 8$. | 26. $f(x) = \sin 5x - 6^x - 13$. |
| 27. $f(x) = e^{4x} + \sin 2x - 22$. | 28. $f(x) = \operatorname{tg} 5x - \ln x + 18$. |
| 29. $f(x) = \operatorname{ctg} x + \frac{5}{x} - 8$. | 30. $f(x) = \operatorname{tg} 9x + \cos 5x - 9$. |

13. Найти производную функции.

1. $y = 4\text{ctg}2x \cdot \sin x$.

3. $y = 3\text{arctg}x \cdot \frac{1}{x}$.

5. $y = 4\cos x \cdot \arccos x$.

7. $y = (1-x^2) \cdot \arcsin x$.

9. $y = (\sqrt{x^3} - \sqrt{x}) \ln x$.

11. $y = \frac{2}{x}(1 + \sqrt[3]{x})\sqrt{x+5}$.

13. $y = \frac{2}{x} \ln(x+3)$.

15. $y = 3\text{tg}2x \cdot \text{arctg}2x$.

17. $y = (x^4 - 1) \cdot \text{arccot}x$.

19. $y = e^{2x} \sqrt{2^x}$.

21. $y = (e^{2x} - 4)(2x^4 + 3)$.

23. $y = x^2 \cdot \cos x$.

25. $y = \log_5 x \cdot e^{2x}$.

27. $y = \text{tg}2x \cdot \arcsin x$.

29. $y = x(x^3 - \sqrt{x}) \ln x$.

2. $y = x^2 \ln x$.

4. $y = 3\log_2 x \cdot \text{arccot}2x$.

6. $y = (x^2 + 1) \cdot \text{arctg}x$.

8. $y = \sqrt{e^x} 3^{2x}$.

10. $y = e^{3x} \cdot \text{arctg}x$.

12. $y = 2\text{tg}3x \cdot e^{2x}$.

14. $y = 2^x \cdot \frac{1}{x^2}$.

16. $y = x^3 \arccos x$.

18. $y = (x+1) \cdot \arcsin x$.

20. $y = (x^2 + \sqrt[3]{x}) \log_3 x$.

22. $y = 3\sin 2x \cdot e^x$.

24. $y = 2^x \text{arctg}x$.

26. $y = \sqrt[3]{x} \cdot (e^{3x} - 5)$.

28. $y = 3^{4x} \ln 2x$.

30. $y = (e^{3x} + 4) \ln(2x-3)$.

14. Найти производную функции.

1. $y = \frac{x^2}{\sqrt{x-1}}$.

3. $y = \frac{x^3 - 2x}{e^{2x} - 4}$.

5. $y = \frac{x^3 - \sin x}{\cos x}$.

7. $y = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x-2}}$.

9. $y = \frac{2+x^2}{\ln x}$.

11. $y = \frac{\ln x}{\text{tg}x}$.

13. $y = \frac{\arcsin 2x}{1-4x^2}$.

2. $y = \frac{\sqrt{x-4}}{\sin x}$.

4. $y = \frac{\ln x}{4-x^2}$.

6. $y = \frac{x^2 + 1}{\text{arctg}x}$.

8. $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \cos x}$.

10. $y = \frac{\text{tg}x}{\sqrt{4x+4}}$.

12. $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$.

14. $y = \frac{16-x^2}{5-\sqrt{3x}}$.

15. $y = \frac{x^2 + 2x + 1}{\operatorname{ctg} x}$.

17. $y = \operatorname{tg} x + \frac{x}{\cos x}$.

19. $y = \frac{\cos x}{1 + 2\sin x}$.

21. $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$.

23. $y = \frac{4x^2 - 1}{\sqrt{2x + 1}}$.

25. $y = \frac{e^x}{2x + e^{2x}}$.

27. $y = \frac{x^2 - 2^x}{2x + 4}$.

29. $y = \frac{x^2 + 16}{1 + \log_2 x}$.

16. $y = \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} x}$.

18. $y = \frac{\ln x}{\sin x} + x \operatorname{ctg} x$.

20. $y = \frac{\operatorname{ctg} x}{\sqrt{x}}$.

22. $y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$.

24. $y = \frac{x(1 - x^2)}{7x + 11}$.

26. $y = \frac{\ln x^2 + \cos x}{x}$.

28. $y = \frac{\operatorname{arccotg} x}{1 + x^2}$.

30. $y = \frac{2x^4 - 8}{x\sqrt{x-1}}$.

15. Найти производную функции.

1. $y = \sin((3x^2 + 1)^{10})$.

3. $y = (\sin 3x)^3$.

5. $y = \frac{\ln x}{\sqrt{4x^2 + 1}}$.

7. $y = \frac{\sqrt{2x^2 + 3}}{x + 1}$.

9. $y = \frac{e^{x^2} - e^{-x^2}}{2x}$.

11. $y = \ln^2(x^2 + 5x + 4)$.

13. $y = 3^{\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)}$.

15. $y = \frac{1}{(\sin 2x)^2}$.

17. $y = \frac{\arcsin x^2}{x}$.

19. $y = \sqrt[3]{\arcsin \frac{1}{x}}$.

2. $y = \sqrt{e^{2x} + 1}$.

4. $y = \sqrt[3]{4^{\cos x}}$.

6. $y = \sqrt{x} \cos^2 2x$.

8. $y = \frac{1}{4} \operatorname{tg}^4 x - \ln \cos x$.

10. $y = \operatorname{arccotg} \sqrt{x^2 - 1}$.

12. $y = \ln \cos\left(\frac{1}{x^3}\right)$.

14. $y = \arccos\left(\frac{1}{1-x}\right)$.

16. $y = \sqrt{\sin(3^x)}$.

18. $y = \ln^2 3x - \frac{3}{x^2}$.

20. $y = \left(\cos \frac{1}{x}\right)^5$.

$$21. y = \ln\left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right).$$

$$23. y = (\sin 3^x)^3.$$

$$25. y = \left(\operatorname{tg} x - \frac{3}{x^3}\right)^2.$$

$$27. y = \operatorname{tg} \arccos 2x.$$

$$29. y = \sin^3(x^2 + 3x + 1).$$

$$22. y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{x}.$$

$$24. y = \operatorname{tg}\left(\frac{x^3 + 4}{x^2}\right).$$

$$26. y = 4^{\operatorname{ctg}\left(\frac{1}{x}\right)}.$$

$$28. y = \arcsin(e^{x^2}).$$

$$30. y = \sqrt{\frac{1}{3} \sin^3 x + 4}.$$

16. Найти производную показательно-степенной функции.

$$1. y = x^{\sin x}.$$

$$3. y = x^{\cos x}.$$

$$5. y = x^{\operatorname{ctg} x}.$$

$$7. y = x^{\arccos x}.$$

$$9. y = (\cos(5 - 4x))^{3x}.$$

$$11. y = x^{2^x}.$$

$$13. y = (\sin x)^{x^2}.$$

$$15. y = (\sin(x + 1))^x.$$

$$17. y = (2 - 3x)^{4x}.$$

$$19. y = x^{e^x}.$$

$$21. y = (\operatorname{arctg}(5 - 7x))^{4x}.$$

$$23. y = (2 - x)^{\cos(4 - 3x)}.$$

$$25. y = (1 - 4x)^{\pi^x}.$$

$$27. y = (1 - x^2)^{5 - 4x^3}.$$

$$29. y = (\operatorname{tg} 3x)^{2x - 1}.$$

$$2. y = (\sin x)^x.$$

$$4. y = (\operatorname{tg} x)^x.$$

$$6. y = x^{\operatorname{arctg} x}.$$

$$8. y = (1 - 4x)^{\sin 5x}.$$

$$10. y = (1 - 3x)^{\operatorname{tg} x}.$$

$$12. y = (1 - x)^{\operatorname{arctg}(5 - 7x)}.$$

$$14. y = x^{2^{\cos x}}.$$

$$16. y = (x - 1)^{\operatorname{tg} x}.$$

$$18. y = (\sin(3 - 4x))^{5x}.$$

$$20. y = (\operatorname{tg}(4 - 5x))^{7x}.$$

$$22. y = x^{3^x}.$$

$$24. y = (3 - 4x)^{\operatorname{tg} 5x}.$$

$$26. y = (x^2 + 1)^{4 - 5x^3}.$$

$$28. y = (\cos 2x)^{3 - 5x}.$$

$$30. y = (\arcsin x)^x.$$

17. Написать уравнения касательной и нормали к заданной в неявном виде кривой $F(x; y) = 0$, проходящих через точку $(x; y)$, координаты которой удовлетворяют приведенным условиям.

$$1. x^2 + xy + y^2 = 7 \quad (x = 1; y = 2).$$

$$2. e^x \sin y - e^{-y} \cos x + e^x = 0 \quad \left(x = \frac{\pi}{2}; y = -\frac{\pi}{2}\right).$$

$$3. e^{xy} - x^2 + y^3 = 0 \quad (x = 0; y < 0).$$

$$4. x^2 + xy^2 = 5 \quad (x = 1; y > 0).$$

5. $x^3 + y^3 - \frac{9}{2}xy = 0$ ($x=1; y=2$).
6. $x^2 + y^2 = 4$ ($x=1; y>0$).
7. $x^2 - 4y^2 = 4$ ($x=4; y>0$).
8. $x^5 + 2y^2 = 9$ ($x=1; y>0$).
9. $x^2 - 3y^4 = 22$ ($x=5; y>0$).
10. $x^2 + 3y^4 = 52$ ($x=-2; y>0$).
11. $x^8 + 5y^2 = 21$ ($x=-1; y<0$).
12. $x^3 - 3y^2 = 16$ ($x=4; y<0$).
13. $\log_2(x+1) + \sqrt{y-1} = 8$ ($x=15$).
14. $\log_3(2x+1) + \sqrt{y+1} = 7$ ($x=4$).
15. $\sqrt{x^2+9} + \sqrt{y-4} = 11$ ($x=4$).
16. $\sqrt{x^3-2} + \sqrt{3y-1} = 9$ ($x=3$).
17. $\sqrt{x-2} + \sqrt{2y^3+9} = 6$ ($x=3$).
18. $\sqrt{x^2-9} + \sqrt{y^2+9} = 9$ ($x=5$).
19. $2\sin x + 5\sin y + 7\cos y = 5$ ($x=0; y=\frac{\pi}{2}$).
20. $7\cos x + 2\sin \frac{x}{y} = 7$ ($x=0; y=\frac{\pi}{2}$).
21. $\sqrt{3\cos x + \cos y + 1} = 2$ ($x=2\pi; y=\frac{\pi}{2}$).
22. $\sqrt{3\sin y - 5\cos y + \cos x - 1} = 2$ ($x=\frac{\pi}{2}; y=\pi$).
23. $\sqrt{3\sin x + 5\cos x + 1} + 7y = 9$ ($x=\frac{\pi}{2}; y=1$).
24. $x + \sqrt{5\sin y - 3\cos y + 4} = 5$ ($x=2; y=\frac{\pi}{2}$).
25. $\sqrt{x+7} + \sqrt{5\sin y - 3\cos y + 4} = 6$ ($x=2; y=\frac{\pi}{2}$).
26. $x + \sqrt{10\sin y - 5\cos y + 4} = 6$ ($x=3; y=\pi$).
27. $\sqrt{2-x} + \sqrt{5\sin y + 3\cos y + 12} = 5$ ($x=-2; y=\pi$).
28. $\sqrt{7-3x} + \sqrt{3\sin y + 7\cos y + 8} = 2$ ($x=2; y=\pi$).
29. $y^2 + x^2y = 5$ ($x=2; y=1$).
30. $y^5 + 2x^2 = 9$ ($x=2; y=1$).

18. Найти первую $\frac{dy}{dx}$ и вторую $\frac{d^2y}{dx^2}$ производные функций, заданных параметрически.

1. $\begin{cases} x=t^2+1, \\ y=t^3-3t^2. \end{cases}$

11. $\begin{cases} x=2t^2+t, \\ y=6t-2t^2+t^3/3. \end{cases}$

21. $\begin{cases} x=t^3+2t, \\ y=2t^3+6t^2+2. \end{cases}$

$$2. \begin{cases} x = 2t + t^2, \\ y = 2t^3 + 3t^2. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x = 1 - t^2, \\ y = t^4 - 8t. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x = 2 + 3t^2, \\ y = 3 - 2t^2 + t^3. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x = 2t + t^2, \\ y = t^3 - 6t^2 + 5t. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x = 3t - t^2, \\ y = t^3 - 2t^2 + t. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x = 2 - 3t^2, \\ y = t^4 - 2t^3 - 1,5t. \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x = 3t^2 + 2t, \\ y = 2t^2 - 3t^3. \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x = 2 - 3t^2, \\ y = 3t^2 - 2t^3. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x = 1 - t^2, \\ y = t^4 - 4t^2. \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x = t^2 - 5t, \\ y = 4t^3 - 12t. \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = 2t - t^2, \\ y = t^4 - 16t. \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x = t - 2t^2, \\ y = t^3 + 2t^2 + 1. \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x = 3t^2 + t, \\ y = t^4 + 2t^2 + 1. \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x = t^2 + 3t, \\ y = 1 - t^2 + 2t^3. \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x = 3t - t^2, \\ y = 2 - 2t^2 - t^3. \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x = t - 3t^2, \\ y = 16t - t^4. \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x = 5t^2 + 3, \\ y = 2t^3 + t + 1. \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x = 3 - 5t^2, \\ y = 1 - 2t^2 - t^3. \end{cases}$$

$$22. \begin{cases} x = 4t^2 + t, \\ y = 1 - 6t^2 - 2t^3. \end{cases}$$

$$23. \begin{cases} x = 5t^3 + t, \\ y = 2t - 8t^3. \end{cases}$$

$$24. \begin{cases} x = 2t - 3t^3, \\ y = 1 - 3t + 5t^3. \end{cases}$$

$$25. \begin{cases} x = 3t^2 - 6t, \\ y = 6t - 3t^3. \end{cases}$$

$$26. \begin{cases} x = 2t - 5t^3, \\ y = 4 + 2t + 6t^3. \end{cases}$$

$$27. \begin{cases} x = 2t - t^3, \\ y = 3t^3 - 6t^2 + 3. \end{cases}$$

$$28. \begin{cases} x = 2t - 5t^5, \\ y = 3 - t + 8t^3. \end{cases}$$

$$29. \begin{cases} x = 1 - 4t^3, \\ y = 1 - 5t^2 + 2t^3. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} x = 6t^2 + 3t, \\ y = 2 - 5t^2 + 3t^3. \end{cases}$$

19. Найти предел, используя правило Лопиталя.

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{2x + 5} - 3}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + 2} - 2}{x^2 + 2x - 8}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x + 6} - 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x - 1} - 2}{x^3 - 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x + 7} - 3}{\sqrt{4x - 3} - 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3 - x} - 2}{\sqrt{x + 5} - 2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + x - 10}{\sqrt{1 - 4x} - 3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{x + 2} - 2}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{\sqrt{2x + 5} - 3}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x - 1} - 3}{x^2 + 4x - 12}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 8}{\sqrt{x + 6} - 2}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x + 3} - 1}{x^3 + 1}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{\sqrt{x + 1} - 2}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x - 1} - 3}{x^2 + 4x - 12}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + 2} - 2}{\sqrt{5x - 1} - 3}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x - 3} - 3}{x^2 - x - 6}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{\sqrt{4x + 5} - 3}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x - 1} - 3}{x^2 + x - 6}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{\sqrt{4x - 3} - 3}$$

$$20. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x - 1} - 3}{x^3 - 8}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x + 5} - 3}{\sqrt{3x - 2} - 1}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{8 - x} - 3}{\sqrt{x + 10} - 3}$$

$$23. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{\sqrt{-1 - 5x} - 3}$$

$$24. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{5x - 6} - 2}$$

25. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + x - 10}{\sqrt{4x + 9} - 1}$

26. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{7x - 5} - 3}{x^2 + 5x - 14}$

27. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{\sqrt{7x + 2} - 4}$

28. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{5x + 6} - 1}{x^4 - 1}$

29. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 2x - 8}{\sqrt{x + 6} - 2}$

30. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{9x - 2} - 4}{3x^2 + x - 14}$

20. Найти предел, используя правило Лопиталю.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{\sin^2 x}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 3x} - e^{\sin 2x} - x}{\sin^2 x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{e^x - e^{2x}}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1 + 5x)}{\operatorname{tg}^2 5x}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arcsin x}{\sin^2 4x}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + x - 1}{\sin^2 2x}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x - x}{\operatorname{tg}^2 2x}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + \sqrt{1 + x^2})}{\operatorname{tg} 3x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos 3x}{\operatorname{tg}^2 x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 3x}{\ln \cos 2x}$

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos^3 3x}{\ln \cos^2 4x}$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln 2x}{\ln \sin 3x}$

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-x} - 3x}{1 - \cos 4x}$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \pi x}{\ln(1 + x^2)}$

15. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(1 - x)}{\operatorname{ctg} \sqrt{1 - x^2}}$

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln^2 \cos x}{x^2}$

17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\sin^2 3x}$

18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$

19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{\sin x - x}$

20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \sin 4x}{\ln \sin 2x}$

21. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x - 1)}{\ln(e^x - e)}$

22. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^x - x^2 - 2x - 2}{\sin^3 2x}$

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 3x}{\operatorname{tg}^2 x}$

24. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{\sin^2 x}$

25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 + \arcsin x}}{\operatorname{tg} 3x}$

26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt{\sin x}}{\ln(1 + x^2)}$

27. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{e^{\sin 4x} - e^{\sin 5x}}$

28. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \operatorname{arctg} 2x}{x^3}$

29. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \operatorname{tg} 3x}{2x - \sin 2x}$

30. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - \cos 2x - 3x}{e^{2x} - \cos 3x - 2x}$

21*. Найти предел, используя правило Лопиталю.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^x$

2. $\lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x)^{\sin x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 3x)^{1/x^2}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{2x} \right)^{1/x^2}$

5. $\lim_{x \rightarrow \pi} (\operatorname{ctg} x)^{3 \sin x}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin 2x}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} (4^x - 2x)^{1/x}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} 3x)^{\sin x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 4x)^{5/x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{1/\operatorname{arctg} x}$

11. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} 2x)^{4x - \pi}$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} (e^{x^2} - 1)^{x^2}$

13. $\lim_{x \rightarrow 0} (e^{3x} + x)^{1/x}$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$

15. $\lim_{x \rightarrow 3} (4 - x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} x}$

16. $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin 2x)^{\operatorname{tg} x}$

17. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{arctg} 2x)^{3/x}$

18. $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^x$

19. $\lim_{x \rightarrow 0} (5^x + x)^{1/x}$

20. $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} 3x)^{2x}$

21. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg} 3x)^{1/x}$

22. $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)^{\sin x}$.

25. $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)^{\sqrt{x-1}}$.

28. $\lim_{x \rightarrow 0} (4^x - 3x)^{1/x}$.

23. $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x - 1)^{1/\ln x}$.

26. $\lim_{x \rightarrow 1} (x)^{1/(1-x^3)}$.

29. $\lim_{x \rightarrow 0} (2^{x+1} - 1)^{1/\sin x}$.

24. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x}\right)^{1/x^2}$.

27. $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 1)^{1/x^2}$.

30. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 4x)^{-5/x^2}$.

22. Исследовать функцию на экстремум.

1. $y = \frac{x}{\sqrt[3]{x^2 - 4}}$.

4. $y = (x-1)e^{3x}$.

7. $y = (3-x^2)e^x$.

10. $y = \frac{x}{x^2 + 4}$.

13. $y = \sqrt{x} \ln x$.

16. $y = \frac{(x-1)^2}{x+1}$.

19. $y = xe^{-2x^2}$.

22. $y = x \cdot \sqrt[3]{x-1}$.

25. $y = 3 \cdot \sqrt[3]{x^2(x-1)}$.

28. $y = x^3 \ln x$.

2. $y = \frac{\ln x}{x}$.

5. $y = x^2 \ln x$.

8. $y = (x^2 - 8)e^{-x}$.

11. $y = 16x^2(x-1)^2$.

14. $y = \sqrt[3]{(1-x)(x-2)^2}$.

17. $y = x + \sqrt{3-x}$.

20. $y = \sqrt[3]{(x-2)^2(x-4)^2}$.

23. $y = \sqrt[3]{x^2 - x}$.

26. $y = (x-2)^5(2x+1)^4$.

29. $y = \frac{x^4}{(x+1)^3}$.

3. $y = \frac{\ln^2 x}{x}$.

6. $y = x^3 e^{-4x}$.

9. $y = x \ln x$.

12. $y = \sqrt{4x - x^2}$.

15. $y = \frac{1}{x^2 - x}$.

18. $y = (x+1)^2 e^{-x}$.

21. $y = \sqrt[3]{x^3 - 2x^2 + x}$.

24. $y = \sqrt[3]{2x^2 - x^3}$.

27. $y = \frac{(x+3)^2}{(x+1)^2}$.

30. $y = (x+2)^2(x-3)^3$.

23. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на указанном отрезке.

1. $y = \frac{x^3}{x^2 - 2x - 1}$, [4; 6].

2. $y = \frac{2x^3}{x^2 - 9}$, [4; 6].

3. $y = x^2 + \frac{16}{x} - 16$, [1; 4].

4. $y = \sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)} - 1$, [0; 6].

5. $y = \frac{10x}{x^2 + 1}$, [0; 3].

6. $y = \frac{2(x^2 + 3)}{x^2 - 2x + 5}$, [-3; 3].

7. $y = \frac{x^2}{x^2 - 2x + 3}$, [-1; 3].

8. $y = 2\sqrt{x} - x$, [0; 4].

9. $y = x + 3 \cdot \sqrt[3]{x}$, [-10; 1].

10. $y = x - 4\sqrt{x} + 5$, [1; 9].

11. $y = 2x^2 + \frac{108}{x} - 59$, [2; 4].

12. $y = x^3 \cdot \sqrt[3]{(x-1)^2}$, [-2; 2].

13. $y = 4 - x - \frac{4}{x^2}$, [1; 4].

14. $y = (x+1) \cdot \sqrt[3]{x^2}$, [-1; 3].

15. $y = x^2 \cdot \sqrt[3]{(x+1)^2}$, [-2; 1].

16. $y = x - \ln(1+x)$, [-0,5; 2].

17. $y = x \ln x$, $\left[\frac{1}{e^2}; 1\right]$.

18. $y = e^{2x-x^2}$, [-2; 2].

19. $y = \frac{e^{-x}}{x}$, $[1; 3]$.
20. $y = (3-x)e^{-x}$, $[0; 5]$.
21. $y = \frac{1-x+x^2}{1+x-x^2}$, $[0; 1]$.
22. $y = \sqrt[3]{2(x+2)^2(1-x)}$, $[-3; 4]$.
23. $y = x \ln \frac{x}{5}$, $[1; 5]$.
24. $y = x^3 e^{-x}$, $[-1; 4]$.
25. $y = \frac{x^3 + 2x^2}{x-2}$, $[-1; 1]$.
26. $y = \frac{\ln x}{x}$, $[1; 4]$.
27. $y = \frac{x^4 + 1}{x^2 + 1}$, $[-1; 1]$.
28. $y = \sqrt[3]{2x^2(x-3)}$, $[-1; 6]$.
29. $y = 2\sqrt{x-1} - x + 2$, $[1; 5]$.
30. $y = \frac{x-1}{x+1}$, $[0; 4]$.

24*. Найти оптимум.

1. Данное положительное число 31 разложить на два слагаемых так, чтобы их произведение было наибольшим.
2. Найти наибольшую полную поверхность цилиндра, вписанного в шар радиуса R .
3. Найти наименьшую длину отрезка, который делит равносторонний треугольник со стороной 5 на две равновеликие фигуры.
4. Найти радиус основания цилиндра наибольшего объема, вписанного в шар радиуса R .
5. Вычислить наибольший объем цилиндра, полная поверхность которого равна S .
6. Найти стороны прямоугольника наибольшей площади, вписанного в эллипс $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ так, что стороны прямоугольника параллельны осям эллипса.
7. Найти угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $A(1; 2)$ и отсекающей от первого координатного угла треугольник наименьшей площади.
8. На параболе $y = x^2$ найти точку, ближайшую к точке $A(2; 0,5)$.
9. На гиперболе $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ найти точку, ближайшую к точке $(3; 0)$.
10. Вычислить наибольшую площадь трапеции, вписанной в полукруг радиуса R так, что нижним основанием трапеции служит диаметр полукруга.
11. Найти высоту правильной треугольной призмы наибольшего объема, вписанной в шар радиуса R .
12. Найти наибольший объем цилиндра, периметр осевого сечения которого равен 12.
13. Определить размеры закрытой коробки объема V с квадратным основанием, на изготовление которой расходуется наименьшее количество материала.
14. Найти наибольшую площадь прямоугольника, вписанного в круг радиуса 5.

15. Найти высоту конуса наибольшего объема, вписанного в шар радиуса R .
16. Найти высоту конуса наименьшего объема, описанного около шара радиуса R .
17. Найти наибольшую площадь прямоугольника, вписанного в круг радиуса 4.
18. Найти наименьшую боковую поверхность конуса, имеющего объем V .
19. Через точку $A(2; \frac{1}{4})$ проходят прямые, пересекающие положительные полуоси в точках B и C . Найти уравнение прямой, для которой отрезок BC имеет наименьшую длину.
20. Найти угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $A(2;1)$ в отсекающей от первого координатного угла треугольник наименьшей площади.
21. Среди всех прямоугольников, имеющих площадь 12, найти прямоугольник с наименьшим периметром.
22. Среди всех прямоугольников, имеющих площадь 23, найти прямоугольник с наименьшей диагональю.
23. Найти наибольшую площадь прямоугольника, две вершины которого лежат на осях координат, третья — в начале координат, а четвертая — на параболе $y=3-x^2$.
24. На гиперболу $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ найти точку, ближайшую к точке $(0; 3)$.
25. На параболе $y = x^2$ найти точку, ближайшую к точке $A(2;1)$.
26. Найти длину боковой стороны трапеции, имеющей наименьший периметр среди всех равнобедренных трапеций с заданной площадью и углом между боковой стороной и нижним основанием.
27. Банка имеет цилиндрическую форму. Найти отношение диаметра основания к высоте банки, имеющей при заданной полной поверхности наибольший объем.
28. Определить размеры открытого бака с квадратным дном объемом 32 м^3 , чтобы на изготовление его стен и дна пошло наименьшее количество материала.
29. Найти наибольший объем конуса с образующей 12.
30. В конус с радиусом основания 4 м и высотой 6 м вписан цилиндр наибольшего объема. Найти этот объем.

25. Найти промежутки выпуклости вверх, промежутки выпуклости вниз и точки перегиба функции $f(x)$.

1. $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - 2x^2 + 15x - 7.$

2. $f(x) = \frac{1}{12}x^4 + \frac{5}{6}x^3 + 3x^2 - 26 + 7x.$

3. $f(x) = x^4 - 6x^2 + 23x - 5.$

4. $f(x) = \frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{6}x^3 - 3x^2.$

5. $f(x) = 2x^4 - 44x^3 - 41x + 3.$

6. $f(x) = -\frac{1}{6}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + 6x - 8.$

7. $f(x) = -\frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 - 15x + 23$.
9. $f(x) = x^4 - 10x^3 + 24x^2 - 6x + 7$.
11. $f(x) = -2x^4 + 8x^3 + 36x^2 - 3x + 9$.
13. $f(x) = -0,5x^4 - 3x^3 + 12x^2 + 2x - 1$.
15. $f(x) = -0,5x^4 - 2x^3 + 24x^2 + x + 3$.
17. $f(x) = (4/3)x^3 - 8x^2 + 16x + 12$.
19. $f(x) = -2x^4 - 8x^3 - 12x^2 + x + 12$.
21. $f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 3x + 45$.
23. $f(x) = 2x^3 + 6x^2 + 6x + 21$.
25. $f(x) = x^4 - 4x^3 + 6x^2 + 10x + 12$.
27. $f(x) = -0,5x^4 + 2x^3 + 2x + 3$.
29. $f(x) = -x^4 + 6x^3 - 12x^2 - x$.
8. $f(x) = -\frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$.
10. $f(x) = -x^4 - 20x^3 - 150x^2 - 5x - 64$.
12. $f(x) = x^4 - 16x^3 + 96x^2 - 56x + 25$.
14. $f(x) = x^4 - 16x^3 + 96x^2 + 10x + 10$.
16. $f(x) = -x^4 - 6x^3 + 2x + 3$.
18. $f(x) = x^4 + 10x^3 + 10x + 9$.
20. $f(x) = -2x^4 - 8x^3 - 48x^2 - x + 4$.
22. $f(x) = -x^4 + 2x^3 + 12x^2 + 5$.
24. $f(x) = -2x^4 - 4x^3 - 10x + 8$.
26. $f(x) = 2x^4 - 20x^3 + 2x + 10$.
28. $f(x) = 0,5x^4 - 4x^3 - 3x + 7$.
30. $f(x) = 0,5x^4 + x^3 + 6x^2 - x + 43$.

26. Провести полное исследование и построить график функции.

- | | | |
|------------------------------------|----------------------------------|-------------------------------------|
| 1. $y = \frac{x^2 - 8}{(x-2)^2}$. | 2. $y = \frac{2x-1}{x^2}$. | 3. $y = \frac{18x-3x^2}{(x-3)^2}$. |
| 4. $y = \frac{4x-8}{(x-1)^2}$. | 5. $y = \frac{3x^2-6x}{x-1}$. | 6. $y = \frac{2x^2-1}{x^4}$. |
| 7. $y = \frac{8(x-1)}{(x+1)^2}$. | 8. $y = \frac{3x-2}{x^3}$. | 9. $y = -\frac{x}{(x-2)^4}$. |
| 10. $y = \frac{x^2-1}{x^3}$. | 11. $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$. | 12. $y = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$. |
| 13. $y = \frac{1-3x^2}{x^3}$. | 14. $y = -\frac{x^2}{(x+1)^2}$. | 15. $y = \frac{(x+2)^2}{(x-2)^2}$. |
| 16. $y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$. | 17. $y = \frac{x^4}{x^3-1}$. | 18. $y = \frac{x^2+8}{(x+2)^2}$. |
| 19. $y = \frac{3x^4+1}{x^3}$. | 20. $y = \frac{(x+1)^2}{x-2}$. | 21. $y = \frac{x^3+4}{x^2}$. |
| 22. $y = \frac{x^3}{x^2-3}$. | 23. $y = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$. | 24. $y = \frac{2x^3}{x^2-1}$. |
| 25. $y = \frac{x^3}{x^2+3}$. | 26. $y = \frac{1}{x^4-1}$. | 27. $y = \frac{x^3}{4-x^2}$. |
| 28. $y = \frac{3-2x}{(x-2)^2}$. | 29. $y = \frac{(x+2)^2}{x^3}$. | 30. $y = -\frac{x^2}{(x-3)^3}$. |

27. Провести полное исследование и построить график функции.

- | | | |
|--------------------------------|--------------------------|------------------------------|
| 1. $y = \frac{1}{x \ln x}$. | 2. $y = x e^{1/(1-x)}$. | 3. $y = \frac{x^2}{\ln x}$. |
| 4. $y = \frac{\ln^2 x}{x^2}$. | 5. $y = (x-1)e^{3x+1}$. | 6. $y = (1+x^2)e^{x^2}$. |

7. $y = x^3 e^x$.

10. $y = e^{x^2 - 6x}$.

13. $y = \frac{x}{\ln x}$.

16. $y = \frac{\ln x}{x^2}$.

19. $y = x e^{-x}$.

22. $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

25. $y = \frac{e^{2-x}}{2-x}$.

28. $y = x \ln x$.

8. $y = (x+4)e^{-(3+x)}$.

11. $y = x e^{-x^2/2}$.

14. $y = \frac{e^{x+3}}{x+3}$.

17. $y = x^2 e^{-x}$.

20. $y = \frac{\ln^2 x}{x}$.

23. $y = (2+x^2)e^{-x^2}$.

26. $y = x e^{1/(2-x)}$.

29. $y = \frac{\ln x}{x}$.

9. $y = e^{\frac{1}{x-1}}$.

12. $y = (x+2)e^{1/x}$.

15. $y = (x-1)e^{x-1}$.

18. $y = \frac{x}{\ln^3 x}$.

21. $y = e^{-1/x^2}$.

24. $y = x e^{-2x^2}$.

27. $y = x^3 e^{-x}$.

30. $y = x^2 \ln x$.

28.* Провести полное исследование и построить график функции.

1. $y = \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+1}}$.

2. $y = \sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}}$.

3. $y = \sqrt[3]{(x-1)^2(x+1)}$.

4. $y = \sqrt[3]{12x-4x^3}$.

5. $y = \sqrt[3]{(x^2-4x+1)(2-x)}$.

6. $y = \sqrt{x^2(1-x^2)}$.

7. $y = \frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3-4)^2}}$.

8. $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}$.

9. $y = \sqrt[3]{x^2(x^2-3)^2}$.

10. $y = \sqrt[3]{6x^2-x^3}$.

11. $y = \sqrt[3]{(x-2)^2} - \sqrt[3]{(x-3)^2}$.

12. $y = \sqrt[3]{x^3+1} - \sqrt[3]{x^3-1}$.

13. $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{(x-1)^2}$.

14. $y = \sqrt{8x^2-x^4}$.

15. $y = \sqrt[3]{(x+2)^2(x-1)}$.

16. $y = \sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{x^2}$.

17. $y = \frac{\sqrt{x^3+1}}{x}$.

18. $y = \frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3+8)^2}}$.

19. $y = \sqrt[3]{x(x+6)^2}$.

20. $y = \sqrt{x^3-4x}$.

21. $y = \sqrt[3]{x^2(x-2)^2}$.

22. $y = \sqrt[3]{1-x^3}$.

23. $y = \sqrt[3]{x^2(x+3)}$.

24. $y = \sqrt[3]{(x^2-1)^2}$.

25. $y = \sqrt{\frac{x^3}{x-1}}$.

26. $y = \sqrt[3]{\frac{x^2}{x+1}}$.

27. $y = \sqrt[3]{x(x-3)^2}$.

28. $y = \sqrt[3]{(x-4)^2(x+2)}$.

29. $y = \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$.

30. $y = \sqrt[3]{(x^2-2x-3)^2}$.

B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
51	6	19	24	29	29	3	28	8	8	7	5	19	2	24
52	24	20	12	5	16	2	27	3	21	8	19	18	16	25
53	23	21	25	6	17	1	19	4	9	9	9	1	29	30
54	22	6	11	17	28	18	20	5	22	25	16	20	15	19
55	5	28	10	18	6	17	26	6	11	26	17	21	9	11
56	4	30	26	15	18	14	21	7	20	10	6	2	10	12
57	21	7	29	16	7	15	22	9	17	27	18	22	14	26
58	19	22	15	8	19	27	23	14	18	28	8	23	13	27
59	18	23	14	7	9	28	24	15	19	11	7	24	12	13
60	15	29	13	30	8	16	25	28	16	12	20	30	11	14
61	29	23	10	3	9	30	7	2	4	13	30	15	4	24
62	3	1	3	17	13	27	3	27	7	20	15	14	3	1
63	21	12	11	4	8	26	11	15	13	28	8	16	27	2
64	20	24	21	28	25	14	19	21	22	30	24	28	11	23
65	4	11	2	5	19	13	24	6	28	18	12	29	28	25
66	5	2	22	12	14	28	1	9	18	1	4	10	12	26
67	22	25	1	16	6	29	8	14	9	23	27	11	26	3
68	23	13	6	18	20	25	21	18	26	9	22	30	25	4
69	30	26	12	29	26	24	4	20	30	14	10	12	24	27
70	6	10	7	13	15	12	13	22	11	22	25	18	23	16
71	7	9	14	15	5	11	25	24	1	3	14	13	22	28
72	24	14	23	19	21	15	20	5	19	2	6	17	5	17
73	19	27	15	30	27	22	18	1	24	29	19	27	13	29
74	18	3	13	14	4	23	6	30	10	15	21	26	6	30
75	8	28	4	1	28	4	2	26	27	5	3	9	14	5
76	1	5	30	20	10	3	17	8	15	12	20	8	15	6
77	25	15	16	27	16	5	5	11	6	27	13	7	21	18
78	17	22	24	6	3	6	10	23	2	10	9	22	1	19
79	16	4	5	7	2	16	14	3	23	4	7	25	30	20
80	2	29	25	21	22	21	23	29	29	19	16	24	16	7
81	9	16	29	26	11	1	30	7	14	25	11	23	29	8
82	26	17	17	2	29	7	29	17	8	6	26	6	2	9
83	15	20	19	9	17	8	27	19	17	16	2	5	7	10
84	14	21	18	22	23	19	9	12	25	24	18	4	17	21
85	10	6	26	8	30	20	15	4	21	17	1	19	18	11
86	11	18	20	23	12	17	12	28	16	8	28	20	20	13
87	27	19	8	10	18	18	22	25	5	26	23	21	8	22
88	28	30	27	25	7	10	26	10	3	21	5	3	19	12
89	13	7	28	11	24	9	16	13	12	11	17	2	9	14
90	12	8	9	24	1	2	28	16	20	7	29	1	20	15
91	10	11	28	8	26	1	4	21	19	10	19	9	24	27
92	12	17	9	4	21	30	12	10	5	18	16	20	25	17
93	2	27	19	12	19	28	16	2	14	27	7	21	14	5
94	1	7	22	20	7	10	20	24	25	30	4	30	1	8
95	16	13	5	25	3	16	9	30	8	2	29	10	2	18
96	20	23	21	2	18	13	17	15	18	14	24	12	26	28
97	24	18	15	9	6	23	26	6	22	22	20	22	15	7
98	26	6	8	22	11	27	29	3	11	11	6	23	3	29
99	30	4	14	5	15	17	1	28	7	3	15	11	16	6
100	3	25	29	14	24	29	13	23	27	25	26	13	4	19

B	3	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
01	18	12	7	8	13	22	13	12	25	26	15	3	11	2	
02	19	13	20	9	14	29	14	11	21	25	16	20	16	20	
03	20	11	21	23	21	23	29	13	22	9	27	21	10	21	
04	17	10	14	10	22	30	28	14	23	8	28	2	15	22	
05	16	15	8	11	12	24	15	28	24	7	29	1	12	1	
06	29	14	30	30	26	25	16	10	20	24	1	22	9	30	
07	21	9	1	12	25	26	17	15	19	23	17	6	14	23	
08	22	8	2	24	20	28	18	16	18	6	18	23	8	3	
09	23	1	29	13	15	1	4	27	17	5	2	5	13	24	
10	24	2	6	14	16	27	19	26	1	4	3	4	30	25	
11	15	30	5	16	19	21	20	17	26	22	19	24	18	4	
12	14	29	22	25	24	20	5	25	16	21	20	10	7	7	
13	13	28	27	15	30	2	30	18	15	3	21	9	17	26	
14	12	3	28	26	23	19	6	19	14	2	30	7	19	6	
15	30	7	4	1	3	18	21	24	2	1	4	8	6	27	
16	11	27	23	2	1	17	22	9	27	20	5	26	20	5	
17	25	6	3	27	4	3	1	8	3	19	22	11	29	10	
18	26	26	24	17	17	16	23	7	13	12	23	12	5	9	
19	27	4	15	28	29	4	24	6	28	11	24	25	21	11	
20	28	5	17	19	2	15	26	1	12	10	7	13	22	8	
21	6	16	25	18	5	5	2	2	4	27	6	27	4	28	
22	7	17	26	3	6	14	27	4	11	28	8	14	3	12	
23	8	25	16	4	18	6	10	5	10	18	11	15	27	13	
24	9	18	9	5	7	13	9	3	9	17	10	28	23	15	
25	10	19	10	29	8	12	8	20	8	16	9	29	2	14	
26	1	24	11	6	27	7	25	23	29	30	12	16	28	29	
27	5	20	19	20	9	11	7	21	30	29	13	30	1	17	
28	4	21	18	7	28	8	3	22	7	15	14	17	24	18	
29	3	22	13	21	11	10	11	30	6	14	25	18	25	19	
30	2	23	12	22	10	9	12	29	5	13	26	19	26	16	
31	24	4	19	10	4	7	26	13	16	19	18	4	11	14	
32	17	5	18	11	5	8	5	14	17	15	20	17	13	18	
33	18	7	4	12	3	27	25	20	15	17	19	18	22	27	
34	19	6	3	4	20	28	27	21	14	20	4	29	28	16	
35	20	17	1	3	6	17	4	12	13	16	3	5	12	17	
36	21	3	20	9	21	9	3	29	18	30	17	3	9	15	
37	22	18	21	13	22	6	28	27	19	1	22	2	10	2	
38	23	28	17	2	2	10	29	28	12	2	2	1	23	1	
39	25	30	2	1	23	26	24	26	11	3	21	19	8	26	
40	5	29	16	30	1	5	23	11	20	18	1	20	7	25	
41	6	1	22	16	24	4	30	15	10	21	23	21	14	19	
42	7	19	5	29	7	11	22	24	21	22	24	22	15	20	
43	26	27	14	15	30	12	21	25	22	4	25	28	24	3	
44	27	26	15	14	8	24	2	23	9	5	30	6	29	4	
45	4	2	23	28	25	25	1	22	8	6	8	7	16	24	
46	3	8	6	17	26	23	20	3	7	23	7	30	25	21	
47	9	20	7	18	27	3	19	2	23	7	26	8	2	22	
48	10	9	8	8	9	13	7	1	24	8	9	9	1	5	
49	28	22	24	7	10	2	6	16	6	10	6	23	17	28	
50	8	10	25	6	12	1	18	30	5	9	5	10	3	29	

B	3	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
51	2	11	10	20	11	29	10	19	4	24	27	25	26	23	
52	1	25	26	26	28	14	9	6	26	11	1	11	6	7	
53	29	23	27	27	13	22	11	5	27	25	10	24	5	30	
54	12	12	11	25	14	21	8	4	28	26	28	12	4	8	
55	13	16	12	24	15	15	17	17	3	27	29	13	19	9	
56	14	13	13	23	16	19	16	7	2	12	13	14	18	6	
57	15	24	28	22	17	16	15	18	1	28	14	15	20	10	
58	30	15	29	21	18	20	12	10	29	13	16	26	27	11	
59	16	14	9	19	19	18	13	9	30	14	15	27	30	12	
60	9	13	15	27	29	30	14	8	25	29	12	16	21	13	
61	11	30	29	6	12	14	9	6	4	12	28	11	1	10	
62	12	14	14	5	27	13	17	18	18	13	1	23	12	25	
63	24	27	30	26	11	12	8	17	28	30	14	3	13	11	
64	10	15	13	25	4	24	15	5	17	14	15	10	22	26	
65	25	28	10	28	3	27	24	14	3	15	16	22	23	9	
66	26	16	28	3	26	15	23	16	16	29	2	25	25	27	
67	1	29	11	4	25	16	29	30	2	28	3	24	2	8	
68	27	17	27	23	2	25	1	15	1	11	17	2	24	12	
69	28	18	12	24	1	1	7	19	27	10	29	20	14	13	
70	13	1	9	29	28	2	28	7	15	1	18	21	15	7	
71	14	19	8	22	15	17	10	4	14	27	4	19	26	14	
72	15	2	26	2	24	26	16	12	26	26	5	9	27	6	
73	2	20	7	1	14	28	21	13	25	16	19	1	28	5	
74	29	3	25	21	13	18	2	20	13	17	30	12	16	15	
75	30	4	6	30	29	19	22	21	5	2	20	18	29	4	
76	17	21	16	20	17	3	11	8	12	3	21	17	3	23	
77	3	5	5	8	30	4	30	22	24	18	6	4	21	24	
78	16	22	17	7	16	29	27	23	23	19	22	8	20	17	
79	18	6	24	19	23	5	3	26	11	25	23	30	17	16	
80	4	23	3	18	19	20	18	1	6	5	24	13	18	3	
81	19	7	18	17	18	6	12	24	10	4	7	14	4	18	
82	20	8	19	10	7	30	4	25	22	20	25	5	5	28	
83	5	24	23	9	6	7	19	3	29	21	8	16	30	2	
84	6	9	4	16	5	8	25	9	21	24	9	26	19	1	
85	21	10	2	15	20	21	20	2	9	7	10	15	6	19	
86	7	25	20	12	22	22	13	27	7	6	11	27	7	22	
87	22	11	21	11	10	23	26	10	20	22	12	6	8	29	
88	8	26	22	14	9	9	5	28	30	23	26	28	9	20	
89	23	12	1	13	21	10	14	29	19	9	13	29	10	30	
90	3	18	23	10	8	11	6	11	8	8	27	7	11	21	
91	13	19	29	24	21	25	11	22	27	30	28	4	5	25	
92	28	8	9	11	6	26	12	21	18	20	22	3	17	2	
93	16	6	11	12	20	2	13	7	17	19	21	5	18	15	
94	17	20	24	23	5	1	10	5	1	16	12	26	6	1	
95	2	5	12	9	17	15	29	4	16	17	27	7	28	13	
96	1	21	30	8	18	27	9	28	26	18	11	24	4	19	
97	15	27	25	7	30	28	24	20	25	29	1	10	27	14	
98	14	4	10	19	4	14	23	19	15	15	2	9	26	20	
99	7	22	26	22	3	29	8	3	14	14	23	25	16	12	
100	15	16	17	18	16	13	6	2	30	13	6	8	3	30	