

Московский автомобильно-дорожный институт
(Государственный технический университет)
Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа 2.1

по высшей математике

для студентов 1-го курса

(2-й семестр)

Неопределенные интегралы

Издание третье

Москва

2010

Составители:

Воробьева М.А., Григорьева Н.В., Давыдов Е.Г.,

Киреева С.В., Малышева Л.А., Солиев Ю.С.

Требования к выполнению и оформлению расчётно-графических работ

При выполнении РГР необходимо придерживаться указанных ниже правил. Если будет установлено, что работы выполнены без соблюдения этих правил, то они не будут зачтены.

1. Каждая работа должна быть выполнена в отдельной тетради в клетку чернилами любого цвета, кроме красного. Необходимо оставлять поля шириной 3–4 см для замечаний рецензента.

2. В заголовке работы на обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, номер РГР, номер варианта, название дисциплины, номер учебной группы. В конце работы следует проставить дату её выполнения и расписаться.

3. Решения задач должны быть представлены в том же порядке, как они указаны в брошюре РГР.

4. Расчётно-графические работы, содержащие задачи не своего варианта, возвращаются студентам для выполнения своих заданий.

5. Перед решением каждой задачи студент обязан указать номер задачи и полностью выписать её условия. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.

6. Чертежи и графики должны быть выполнены аккуратно и чётко с указанием единиц масштаба, координатных осей и других элементов чертежа.

7. В случае незачёта студент обязан в кратчайший срок выполнить все требования рецензента и представить работу на повторное рецензирование, приложив при этом первоначально выполненную работу.

8. После рецензирования студенты защищают расчётно-графические работы и представляют их на экзамене.

Расчетно-графическая работа 2.1

Неопределенные интегралы

1. Найти неопределенный интеграл.

1. $\int \frac{\cos^2 x}{\sin 2x} dx.$	2. $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^5 x} dx.$	3. $\int \left(x^{3/7} + \frac{x}{\sqrt{5+2x^2}} \right) dx.$
4. $\int \frac{dx}{e^{2x} + 2}.$	5. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{\sin^2 x + 3}}.$	6. $\int \left(e^{3x+1} + \frac{5}{5+x^2} \right) dx.$
7. $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x + 1}}{\cos^2 x} dx.$	8. $\int (2 \sin^2 2x - 1) dx.$	9. $\int (5e^{3x/2} + 4x\sqrt{x^2 + 1}) dx.$
10. $\int \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} x} dx.$	11. $\int \frac{\cos x}{2 \sin x + 3} dx.$	12. $\int \left(7^{2x+1} - x^2 - \frac{3}{x} \right) dx.$
13. $\int \frac{1+e^x}{e^{2x}-1} dx.$	14. $\int \left(5^{2x} + \frac{2}{5x} \right) dx.$	15. $\int (2^{-x/3} + x\sqrt{x}) dx.$
16. $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{e^x + 1}} dx.$	17. $\int e^{\sin x} \cos x dx.$	18. $\int (x^{-3/4} + (4x^2 - 8)^{-1/2}) dx.$
19. $\int \frac{x^2}{\sqrt{2-3x^3}} dx.$	20. $\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx.$	21. $\int \frac{1}{x\sqrt{1 - \ln^2 x}} dx.$
22. $\int \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 x} dx.$	23. $\int \frac{x - \operatorname{arctg} x}{1 + x^2} dx.$	24. $\int \frac{\cos x + 1}{\sin x} dx.$
25. $\int \frac{e^{2x}}{2e^{2x} + 3} dx.$	26. $\int \frac{x^3}{x^4 + 1} dx.$	27. $\int e^{2x} \operatorname{tg} (e^{2x} - 1) dx.$
28. $\int \frac{dx}{3e^{-x} + 2}.$	29. $\int \frac{\sin^2 x}{\sin 2x} dx.$	30. $\int (2 \sin^2 (2x + 1) - 1) dx.$

2. Найти неопределенный интеграл.

1. $\int \frac{\ln^2 x + 1}{x} dx.$	2. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{4 - e^{2x}}}.$	3. $\int \cos (\ln x) \frac{dx}{x}.$
4. $\int \frac{x dx}{\sqrt{9 + 16x^2}}.$	5. $\int \frac{x dx}{(3x^2 - 1)^3 \sqrt{3x^2 - 1}}.$	6. $\int \frac{e^{\arcsin x}}{\sqrt{1 - x^2}} dx.$
7. $\int \frac{dx}{(1 + x^2) \operatorname{arctg} x}.$	8. $\int \frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x} dx.$	9. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^6 + 1}}.$
10. $\int \frac{e^{3x} + e^{2x}}{e^{2x} - 1} dx.$	11. $\int \frac{\cos 2x dx}{(2 + 3 \sin 2x)^3}.$	12. $\int x^3 (1 - 2x^4)^3 dx.$
13. $\int \sin x \cos x dx.$	14. $\int \frac{dx}{x \ln x}.$	15. $\int 2x(x^2 + 1)^4 dx.$
16. $\int \frac{x dx}{3x^2 - 27}.$	17. $\int \frac{2x dx}{1 + x^4}.$	18. $\int \frac{e^x \sqrt{\operatorname{arctg} e^x}}{1 + e^{2x}} dx.$
19. $\int \frac{e^{2x} dx}{2 + e^{2x}}.$	20. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{5 - x^6}}.$	21. $\int e^{\sqrt{x}} \frac{dx}{\sqrt{x}}.$
22. $\int \frac{dx}{x\sqrt{1 - \ln^2 x}}.$	23. $\int \frac{\arccos x - x}{\sqrt{1 - x^2}} dx.$	24. $\int x^2 e^{x^3} dx.$

$$\begin{array}{lll}
25. \int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx. & 26. \int \frac{e^x}{(7 - e^x)^2} dx. & 27. \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos^2 x + 4}}. \\
28. \int \frac{e^x}{e^x + 1} dx. & 29. \int \frac{\ln x - 3}{x\sqrt{\ln x}} dx. & 30. \int \sqrt{1 + 3 \cos^2 x} \cdot \sin 2x dx.
\end{array}$$

3. Найти неопределенный интеграл.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{x dx}{x^2 + 3x + 2}. & 2. \int \frac{dx}{x^2 - 6x - 16}. & 3. \int \frac{x}{2 + 3x + x^2} dx. \\
4. \int \frac{dx}{8x^2 + 2x - 1}. & 5. \int \frac{dx}{x^2 - 8x + 15}. & 6. \int \frac{dx}{x^2 + x - 4}. \\
7. \int \frac{dx}{x^2 + x + 1}. & 8. \int \frac{dx}{x^2 - 4x - 5}. & 9. \int \frac{x dx}{x^2 + 6x + 5}. \\
10. \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 3}. & 11. \int \frac{dx}{x^2 + x - 6}. & 12. \int \frac{dx}{3x^2 - 3x + 2}. \\
13. \int \frac{dx}{2x^2 - x + 1}. & 14. \int \frac{dx}{4x^2 + 2x + 1}. & 15. \int \frac{dx}{x^2 - 6x + 5}. \\
16. \int \frac{dx}{4x^2 + 3x + 1}. & 17. \int \frac{dx}{2x^2 + 2x + 1}. & 18. \int \frac{dx}{5x^2 + 2x + 1}. \\
19. \int \frac{dx}{3x^2 - 2x + 1}. & 20. \int \frac{x - 3}{3x^2 + x + 1} dx. & 21. \int \frac{x dx}{2x^2 + 3x + 2}. \\
22. \int \frac{dx}{2x^2 - 3x + 4}. & 23. \int \frac{dx}{4x^2 - 3x - 1}. & 24. \int \frac{dx}{2x^2 + x + 2}. \\
25. \int \frac{3x - 1}{4x^2 + 3x + 2} dx. & 26. \int \frac{dx}{5x^2 + 2x + 1}. & 27. \int \frac{x - 1}{2x^2 - 2x + 1} dx. \\
28. \int \frac{dx}{3x^2 + 2x + 5}. & 29. \int \frac{dx}{4x^2 - 2x + 1}. & 30. \int \frac{dx}{x^2 + 10x + 29}.
\end{array}$$

4. Найти неопределенный интеграл.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{x + 5}{\sqrt{2 - x - x^2}} dx. & 2. \int \frac{4x - 3}{\sqrt{3x^2 + x + 1}} dx. & 3. \int \frac{(4x - 3) dx}{\sqrt{2 + 2x - 3x^2}}. \\
4. \int \frac{5x - 3}{\sqrt{-x^2 + 4x + 5}} dx. & 5. \int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 + 2x + 1}}. & 6. \int \frac{dx}{\sqrt{1 - x - 2x^2}}. \\
7. \int \frac{3x - 3}{\sqrt{5x^2 + 3x + 2}} dx. & 8. \int \frac{dx}{\sqrt{5 + 4x + x^2}}. & 9. \int \frac{2x - 1}{\sqrt{5 + 12x - 9x^2}} dx. \\
10. \int \frac{3x + 2}{\sqrt{1 - 3x - 4x^2}} dx. & 11. \int \frac{dx}{\sqrt{2x^2 - 5x + 3}}. & 12. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - x + 1}}. \\
13. \int \frac{3x + 2}{\sqrt{x^2 + x + 2}} dx. & 14. \int \frac{(3x - 4) dx}{\sqrt{21 + 12x - 9x^2}}. & 15. \int \frac{4x + 3}{\sqrt{1 - x - 3x^2}} dx. \\
16. \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 - 4x + 3}}. & 17. \int \frac{dx}{\sqrt{7 - 6x - x^2}}. & 18. \int \frac{6x - 1}{\sqrt{9x^2 + 6x - 2}} dx. \\
19. \int \frac{2x + 1}{\sqrt{-2x^2 + 3x + 2}} dx. & 20. \int \frac{3x + 1}{\sqrt{9x^2 - 12x + 5}} dx. & 21. \int \frac{4x + 3}{\sqrt{1 - x - 3x^2}} dx. \\
22. \int \frac{3x - 1}{\sqrt{x^2 - x + 1}} dx. & 23. \int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + 7x + 13}}. & 24. \int \frac{5x + 2}{\sqrt{7 + 6x - 2x^2}} dx. \\
25. \int \frac{5x - 3}{\sqrt{3 - 4x - 4x^2}} dx. & 26. \int \frac{x - 3}{\sqrt{2x^2 - x + 2}} dx. & 27. \int \frac{x dx}{\sqrt{3x^2 + 3x + 2}}. \\
28. \int \frac{x - 3}{\sqrt{4x^2 - 3x + 2}} dx. & 29. \int \frac{x - 5}{\sqrt{2x^2 + 3x + 4}} dx. & 30. \int \frac{x + 4}{\sqrt{2x^2 - 3x + 5}} dx.
\end{array}$$

5. Найти неопределенный интеграл.

1. $\int x^2 \cos x dx.$
2. $\int x^2 \cos 2x dx.$
3. $\int x^2 \cos 3x dx.$
4. $\int x^2 \cos 4x dx.$
5. $\int x^2 \cos \frac{x}{2} dx.$
6. $\int x^2 \cos \frac{x}{3} dx.$
7. $\int x^2 \sin x dx.$
8. $\int x^2 \sin 2x dx.$
9. $\int x^2 \sin 3x dx.$
10. $\int x^2 \sin 4x dx.$
11. $\int x^2 \sin \frac{x}{2} dx.$
12. $\int x^2 \sin \frac{x}{3} dx.$
13. $\int x^2 e^x dx.$
14. $\int x^2 e^{2x} dx.$
15. $\int x^2 e^{3x} dx.$
16. $\int x^2 e^{4x} dx.$
17. $\int x^2 e^{\frac{x}{2}} dx.$
18. $\int x^2 e^{\frac{x}{3}} dx.$
19. $\int x^2 e^{-x} dx.$
20. $\int x^2 e^{-2x} dx.$
21. $\int x^2 e^{-3x} dx.$
22. $\int x^2 e^{-4x} dx.$
23. $\int x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx.$
24. $\int x^2 e^{-\frac{x}{3}} dx.$
25. $\int x^2 3^{-x} dx.$
26. $\int x^2 3^{2x} dx.$
27. $\int x^2 2^{3x} dx.$
28. $\int x^2 2^{-x} dx.$
29. $\int x^2 2^{2x} dx.$
30. $\int x^2 4^{-x} dx.$

6. Найти неопределенный интеграл.

1. $\int e^{4x} \sin 4x dx.$
3. $\int e^x \cos 8x dx.$
3. $\int e^{2x} \sin 3x dx.$
4. $\int e^{2x} \cos 2x dx.$
5. $\int e^{3x} \sin 2x dx.$
6. $\int e^{3x} \sin 4x dx.$
7. $\int e^{-3x} \cos 2x dx.$
8. $\int e^{-x} \sin 2x dx.$
9. $\int e^{-2x} \cos x dx.$
10. $\int e^{-2x} \sin x dx.$
11. $\int e^{x/2} \sin x dx.$
12. $\int e^{x/2} \cos x dx.$
13. $\int e^{x/2} \sin 2x dx.$
14. $\int e^{-x} \cos 2x dx.$
15. $\int e^{x/2} \cos 5x dx.$
16. $\int \sqrt{2x^2 + 3} dx.$
17. $\int \sqrt{3x^2 + 5} dx.$
18. $\int \sqrt{6x^2 - 3} dx.$
19. $\int \sqrt{7x^2 - 3} dx.$
20. $\int \sqrt{5x^2 + 3} dx.$
21. $\int \sqrt{2x^2 - 7} dx.$
22. $\int \sqrt{5 - 2x^2} dx.$
23. $\int \sqrt{1 - 2x^2} dx.$
24. $\int \sqrt{7x^2 + 1} dx.$
25. $\int \sqrt{8x^2 - 3} dx.$
26. $\int \sqrt{6 - 5x^2} dx.$
27. $\int \sqrt{8 - 3x^2} dx.$
28. $\int \sqrt{2 - 9x^2} dx.$
29. $\int \sqrt{5x^2 + 1} dx.$
30. $\int \sqrt{3x^2 - 5} dx.$

7. Найти неопределенный интеграл.

1. $\int x \ln(x - 1) dx.$
2. $\int \arcsin x/5 dx.$
3. $\int x^3 \ln x dx.$
4. $\int \operatorname{arctg} 3x dx.$
5. $\int x \operatorname{arctg} x dx.$
6. $\int \operatorname{arctg} 2x dx.$
7. $\int (1 - \ln x)^2 dx.$
8. $\int \arccos \frac{x}{2} dx.$
9. $\int \arcsin 5x dx.$
10. $\int \ln^2 x dx.$
11. $\int x \ln^2 x dx.$
12. $\int \frac{\ln x}{x^6} dx.$
13. $\int \frac{\ln x}{x^5} dx.$
14. $\int \arccos \frac{x}{3} dx.$
15. $\int \ln(1 - x) dx.$
16. $\int (3 + \ln x)^2 dx.$
17. $\int \frac{\ln(1 + x)}{x^2} dx.$
18. $\int \frac{\ln x}{(x + 1)^2} dx.$

$$\begin{array}{lll}
19. \int \frac{\ln x}{x^4} dx. & 20. \int \frac{\ln x}{x^3} dx. & 21. \int x^6 \ln x dx. \\
22. \int \arccos \frac{x}{4} dx. & 23. \int \arccos x dx. & 24. \int x \arccos \frac{x}{2} dx. \\
25. \int x \arccos x dx. & 26. \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx. & 27. \int x \arcsin x dx. \\
28. \int \arcsin \frac{x}{4} dx. & 29. \int \operatorname{arctg} \frac{x}{5} dx. & 30. \int \arcsin \frac{x}{7} dx.
\end{array}$$

8. Найти неопределенный интеграл.

$$\begin{array}{lll}
1. \int x \sin^2 3x dx. & 2. \int \frac{x dx}{\sin^2 2x}. & 3. \int \frac{x dx}{\cos^2 5x}. \\
4. \int \frac{x dx}{\cos^2 7x}. & 5. \int x \sin^2 x dx. & 6. \int e^x \cdot \ln(e^x + 1) dx. \\
7. \int \frac{x dx}{\cos^2 3x}. & 8. \int \frac{x dx}{\cos^2 x}. & 9. \int \frac{x dx}{\sin^2 x}. \\
10. \int x \cos^2 x dx. & 11. \int x \cos^2 5x dx. & 12. \int e^x \cdot \ln(e^x - 1) dx. \\
13. \int \frac{x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}} dx. & 14. \int x \cos^2 2x dx. & 15. \int x \cos^2 3x dx. \\
16. \int x \cos^2 4x dx. & 17. \int \frac{x dx}{\sin^2 4x}. & 18. \int x \cos^2 x/2 dx. \\
19. \int \frac{x dx}{\sin^2 3x}. & 20. \int x \sin^2 2x dx. & 21. \int \frac{x dx}{\sin^2 7x}. \\
22. \int x \sin^2 4x dx. & 23. \int x \sin^2 5x dx. & 24. \int e^x \cdot \ln(e^x + 8) dx. \\
25. \int \frac{x \cos x}{\sin^3 x} dx. & 26. \int \frac{x dx}{\cos^2 6x}. & 27. \int \frac{\ln(\operatorname{tg} x)}{\cos^2 x} dx. \\
28. \int \frac{x dx}{\cos^2 4x}. & 29. \int x \sin^2 x/2 dx. & 30. \int e^x \cdot \ln(2e^x - 1) dx.
\end{array}$$

9. Найти неопределенный интеграл.

$$\begin{array}{ll}
1. \int \frac{x^3 - 2x^2 - 3}{x^2 + 4x - 5} dx. & 2. \int \frac{2x^3 - 5x}{x^2 + x - 2} dx. \\
3. \int \frac{x^4 + 2x^2 - 3}{x^2 - 5x + 6} dx. & 4. \int \frac{3x^3 + 2x^2 - x - 1}{x^2 + x - 6} dx. \\
5. \int \frac{x^4 - x^2 + 1}{x^2 - 4x + 3} dx. & 6. \int \frac{x^3 + 5x^2 + 2}{x^2 + 3x - 4} dx. \\
7. \int \frac{x^3 + 5x^2 - 4x}{x^2 + 3x + 2} dx. & 8. \int \frac{x^4 + 2x^2 - 3}{x^2 - 3x - 10} dx. \\
9. \int \frac{3x^3 + 2x - 3}{x^2 - 2x - 3} dx. & 10. \int \frac{2x^3 - 2x^2 - x - 4}{x^2 - x - 12} dx. \\
11. \int \frac{x^4 - x^3 + 1}{x^2 + 3x + 2} dx. & 12. \int \frac{2x^3 + 3x^2 - x - 5}{x^2 - 3x + 2} dx. \\
13. \int \frac{x^3 - 5x^2 + x - 7}{x^2 + 5x + 6} dx. & 14. \int \frac{x^4 + 2x^3 - x^2 - 3}{x^2 - x - 12} dx. \\
15. \int \frac{x^4 - 2x^2 - 3}{x^2 + 6x + 5} dx. & 16. \int \frac{x^3 + 3x^2 - 5}{x^2 + 5x - 6} dx.
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
17. \int \frac{x^3 + 2x^2 - 3x - 1}{x^2 - 5x + 4} dx. & 18. \int \frac{x^3 - 3x + 1}{x^2 - 5x + 4} dx. \\
19. \int \frac{2x^3 - 2x^2 + x - 3}{x^2 - x - 12} dx. & 20. \int \frac{3x^3 - 2x^2 + x}{x^2 + 5x + 4} dx. \\
21. \int \frac{2x^3 + x^2 - x - 6}{x^2 - 7x + 6} dx. & 22. \int \frac{x^4 - x^3 - 4x + 1}{x^2 - x - 2} dx. \\
23. \int \frac{x^4 + 2x^2 + x - 5}{x^2 + 2x - 3} dx. & 24. \int \frac{x^4 - 2x^2 - 4}{x^2 + 3x - 4} dx. \\
25. \int \frac{x^4 + 3x^3 - 2x - 1}{x^2 - 3x - 4} dx. & 26. \int \frac{3x^3 + 3x^2 + x - 1}{x^2 + x - 6} dx. \\
27. \int \frac{x^3 + 3x - 5}{x^2 + 3x - 4} dx. & 28. \int \frac{2x^3 + 3x^2 - 5x - 1}{x^2 - 5x + 6} dx. \\
29. \int \frac{x^4 + 4x^3 - 2x}{x^2 - x - 2} dx. & 30. \int \frac{x^4 - 5x^2 - 3x + 1}{x^2 - 2x - 8} dx.
\end{array}$$

10. Найти неопределенный интеграл.

$$\begin{array}{ll}
1. \int \frac{2x + 3}{x^3 + x^2 - 2x} dx. & 2. \int \frac{x}{(x + 1)(x + 2)(x + 3)} dx. \\
3. \int \frac{2x + 3}{(x - 2)(x + 5)} dx. & 4. \int \frac{1}{(x - 1)^2(x - 2)} dx. \\
5. \int \frac{x^2 - x + 4}{(x + 1)(x - 2)(x - 3)} dx. & 6. \int \frac{x - 7}{(x + 1)(x^2 - 8x + 7)} dx. \\
7. \int \frac{x^3 + 1}{x(x - 1)^3} dx. & 8. \int \frac{3x + 1}{(x + 3)^2(x - 5)} dx. \\
9. \int \frac{x + 4}{x^3 - 2x^2 + x} dx. & 10. \int \frac{3x^2 + 2x - 1}{x(x - 1)^2} dx. \\
11. \int \frac{1}{(x + 1)(x^2 - 7x - 8)} dx. & 12. \int \frac{x^2 + 3x - 1}{(x + 1)(x + 2)(x - 3)} dx. \\
13. \int \frac{x^3 - 1}{x(x + 1)^3} dx. & 14. \int \frac{15x^2 - 4x - 81}{(x - 3)(x + 4)(x - 1)} dx. \\
15. \int \frac{5x^3 - 17x^2 + 18x - 5}{(x - 1)^3(x - 2)} dx. & 16. \int \frac{1}{(x^2 - 2x)^2} dx. \\
17. \int \frac{x^2 + 1}{(x + 1)^2(x - 1)} dx. & 18. \int \frac{x}{(x - 1)(x^2 - x - 2)} dx. \\
19. \int \frac{x^2 + 2}{x^3 - 4x} dx. & 20. \int \frac{3x^2 - 2}{(x^2 + 2x + 1)(x - 1)^2} dx. \\
21. \int \frac{3x + 1}{x^3 + 2x^2 + x} dx. & 22. \int \frac{6x - 4}{x^3 - 4x} dx. \\
23. \int \frac{3x + 1}{(x + 3)^2(x - 5)} dx. & 24. \int \frac{2x^2 - 1}{x^3 - 5x^2 + 6x} dx. \\
25. \int \frac{x^3 - 2x}{(x^2 - 1)^2} dx. & 26. \int \frac{x^2 + 2x + 6}{(x - 2)(x - 1)(x - 4)} dx. \\
27. \int \frac{x^2 + 4x + 4}{x(x - 1)^2} dx. & 28. \int \frac{1}{x^4 - 2x^2 + 1} dx. \\
29. \int \frac{6x^2 - 13x + 4}{x^3 - 3x^2 + 2x} dx. & 30. \int \frac{x^2 + 1}{(x - 1)^3(x + 3)} dx.
\end{array}$$

11. Найти неопределенный интеграл.

1. $\int \frac{2x^3 + x}{x^4 - 16} dx.$
2. $\int \frac{1}{x(x^2 + 2)} dx.$
3. $\int \frac{7x + 13}{(x + 3)(x^2 + 2x + 3)} dx.$
4. $\int \frac{1}{x^3 + 1} dx.$
5. $\int \frac{x^2 + 1}{x^3 - 5x^2 + 6x} dx.$
6. $\int \frac{x^2 + 5x - 1}{(x + 1)(x^2 + 2)} dx.$
7. $\int \frac{6x - 4}{x^3 + 4x} dx.$
8. $\int \frac{x^2}{(x + 2)(x^2 + 1)} dx.$
9. $\int \frac{7x - 3}{x^3 + 2x^2 + 3x} dx.$
10. $\int \frac{x^2}{1 - x^4} dx.$
11. $\int \frac{x + 1}{x(x^2 + 3)} dx.$
12. $\int \frac{3x^2 - 1}{(x + 4)(x^2 + 2x + 5)} dx.$
13. $\int \frac{3x + 1}{x^3 + x} dx.$
14. $\int \frac{x^2 - x + 5}{x^3 + x} dx.$
15. $\int \frac{2x^2 + x + 3}{(x + 2)(x^2 + x + 1)} dx.$
16. $\int \frac{3x}{x^3 + 1} dx.$
17. $\int \frac{x^2 - 2}{x^4 - 16} dx.$
18. $\int \frac{x^2 - 3x - 1}{(x + 2)(x^2 - x + 2)} dx.$
19. $\int \frac{3x - 6}{x^4 - 1} dx.$
20. $\int \frac{x - 3}{x^4 + 5x^2 + 4} dx.$
21. $\int \frac{x^2 + 3}{(x + 1)(x^2 + 1)} dx.$
22. $\int \frac{1}{x^3 + 8} dx.$
23. $\int \frac{5x^2 - x}{(x - 1)(x^2 + 3)} dx.$
24. $\int \frac{2x - 3}{(x + 1)(x^2 + 2x + 5)} dx.$
25. $\int \frac{x^2 - 6}{x^3 - 1} dx.$
26. $\int \frac{7x - 3}{x^3 + 3x^2 + 3x} dx.$
27. $\int \frac{1 - x}{(x + 3)(x^2 - x + 1)} dx.$
28. $\int \frac{1}{x^4 - 1} dx.$
29. $\int \frac{1}{x(x^2 + 4)} dx.$
30. $\int \frac{x}{(x + 1)(2x^2 + x + 2)} dx.$

12*. Найти неопределенный интеграл.

1. $\int \frac{x^3 + 5}{(x^2 + 6x + 10)^3} dx.$
2. $\int \frac{x^2 + 1}{(x^2 + 4x + 5)^3} dx.$
3. $\int \frac{2x^3 + 1}{(x^2 + 2x + 2)^3} dx.$
4. $\int \frac{x^2 - 6}{(x^2 + 6x + 13)^3} dx.$
5. $\int \frac{x^3 + 3}{(x^2 - 4x + 5)^3} dx.$
6. $\int \frac{x^3 + 2}{(x^2 - 6x + 10)^3} dx.$
7. $\int \frac{x^2 + 2}{(x^2 - 6x + 10)^3} dx.$
8. $\int \frac{x^2 - 3}{(x^2 - 4x + 5)^3} dx.$
9. $\int \frac{x^2 + 3}{(x^2 - 2x + 10)^3} dx.$
10. $\int \frac{x^3 + 5}{(x^2 + 4x + 8)^3} dx.$
11. $\int \frac{x^3 - 1}{(x^2 + 4x + 5)^3} dx.$
12. $\int \frac{3x^3 - 2}{(x^2 + 2x + 2)^3} dx.$
13. $\int \frac{2x^3 + 3}{(x^2 + 4x + 5)^3} dx.$
14. $\int \frac{x^3 - 1}{(x^2 + 6x + 10)^3} dx.$
15. $\int \frac{x^3 + 4}{(x^2 + 6x + 18)^3} dx.$
16. $\int \frac{x^2 - 1}{(x^2 - 2x + 2)^3} dx.$
17. $\int \frac{x^2 - 5}{(x^2 - 4x + 5)^3} dx.$
18. $\int \frac{x^2 + 4}{(x^2 - 4x + 8)^3} dx.$
19. $\int \frac{x^2 + 3}{(x^2 - 2x + 5)^3} dx.$
20. $\int \frac{x^3 - 1}{(x^2 - 2x + 2)^3} dx.$
21. $\int \frac{x^3 + 2}{(x^2 + 6x + 10)^3} dx.$
22. $\int \frac{x^2 + 3}{(x^2 + 4x + 8)^3} dx.$
23. $\int \frac{x^3 + 4}{(x^2 + 2x + 10)^3} dx.$
24. $\int \frac{x^2 + 1}{(x^2 + 2x + 5)^3} dx.$
25. $\int \frac{x^3 + 1}{(x^2 + 4x + 5)^3} dx.$
26. $\int \frac{x^3}{(x^2 + 4x + 8)^3} dx.$
27. $\int \frac{x^2 + 6}{(x^2 + 4x + 5)^3} dx.$
28. $\int \frac{x^2 + 5}{(x^2 + 4x + 8)^3} dx.$
29. $\int \frac{x^2 + 1}{(x^2 + 2x + 2)^3} dx.$
30. $\int \frac{x^3 + 6}{(x^2 + 6x + 10)^3} dx.$

13. Найти неопределенный интеграл.

- | | | |
|----------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 1. $\int \cos 6x \cdot \cos x dx.$ | 2. $\int \sin 5x \cdot \sin 6x dx.$ | 3. $\int \cos 3x \cdot \cos x dx.$ |
| 4. $\int \sin 2x \cdot \sin 3x dx.$ | 5. $\int \cos 4x \cdot \cos x dx.$ | 6. $\int \sin 8x \cdot \cos 3x dx.$ |
| 7. $\int \cos 7x \cdot \cos x dx.$ | 8. $\int \sin 3x \cdot \cos x dx.$ | 9. $\int \sin 5x \cdot \cos 3x dx.$ |
| 10. $\int \sin 4x \cdot \cos x dx.$ | 11. $\int \cos 5x \cdot \cos x dx.$ | 12. $\int \cos 5x \cdot \sin 7x dx.$ |
| 13. $\int \sin 7x \cdot \cos 2x dx.$ | 14. $\int \sin 10x \cdot \sin 3x dx.$ | 15. $\int \sin 5x \cdot \sin x dx.$ |
| 16. $\int \sin 4x \cdot \sin x dx.$ | 17. $\int \sin 3x \cdot \sin x dx.$ | 18. $\int \sin 2x \cdot \sin 5x dx.$ |
| 19. $\int \sin 2x \cdot \sin x dx.$ | 20. $\int \sin 6x \cdot \sin 3x dx.$ | 21. $\int \sin 6x \cdot \cos 7x dx.$ |
| 22. $\int \sin 6x \cdot \sin x dx.$ | 23. $\int \sin 6x \cdot \sin 2x dx.$ | 24. $\int \sin 8x \cdot \sin 3x dx.$ |
| 25. $\int \cos 5x \cdot \cos x dx.$ | 26. $\int \sin x \cdot \cos (x/2) dx.$ | 27. $\int \cos 8x \cdot \cos x dx.$ |
| 28. $\int \sin x \cdot \sin (x/2) dx.$ | 29. $\int \sin 5x \cdot \sin \frac{x}{2} dx.$ | 30. $\int \sin (x/2) \cdot \sin 3x dx.$ |

14. Найти неопределенный интеграл.

- | | | |
|--------------------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| 1. $\int \cos^3 x dx.$ | 2. $\int \cos^3 4x dx.$ | 3. $\int \cos (x/2) \cdot \sin^3 (x/2) dx.$ |
| 4. $\int \cos^3 5x dx.$ | 5. $\int \sin^2 2x \cdot \cos x dx.$ | 6. $\int \cos^2 (x/2) \cdot \sin (x/2) dx.$ |
| 7. $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx.$ | 8. $\int \frac{\cos^3 3x}{\sin 3x} dx.$ | 9. $\int \cos^3 (x/2) \cdot \sin^2 (x/2) dx.$ |
| 10. $\int \frac{\sin^3 2x}{\cos 2x} dx.$ | 11. $\int \cos^2 x \cdot \sin^5 x dx.$ | 12. $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx.$ |
| 13. $\int \frac{\sin^3 x}{\cos_3 x} dx.$ | 14. $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx.$ | 15. $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx.$ |
| 16. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin_3 x} dx.$ | 17. $\int \sin^3 4x dx.$ | 18. $\int \sin^3 x \cdot \cos^5 x dx.$ |
| 19. $\int \frac{\cos^3 2x}{\sin 2x} dx.$ | 20. $\int \sin^4 x \cdot \cos^3 x dx.$ | 21. $\int \sin^2 x \cdot \cos^5 x dx.$ |
| 22. $\int \sin^3 2x dx.$ | 23. $\int \frac{\sin^3 3x}{\cos 3x} dx.$ | 24. $\int \sin^7 x \cdot \cos^6 x dx.$ |
| 25. $\int \cos^3 2x dx.$ | 26. $\int \cos^3 x \cdot \sin x dx.$ | 27. $\int \cos^3 (x/2) \cdot \sin (x/2) dx.$ |
| 28. $\int \frac{\cos^3 2x}{\sin^2 2x} dx.$ | 29. $\int \sin^3 x \cdot \cos^3 x dx.$ | 30. $\int \cos^4 (x/3) \cdot \sin (x/3) dx.$ |

15. Найти неопределенный интеграл.

- | | | |
|-------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| 1. $\int \sin^4 5x dx.$ | 2. $\int \cos^4 6x dx.$ | 3. $\int \sin^4 x dx.$ |
| 4. $\int \sin^4 4x dx.$ | 5. $\int \cos^4 \frac{x}{2} dx.$ | 6. $\int \sin^6 x dx.$ |
| 7. $\int \sin^6 4x dx.$ | 8. $\int \cos^2 2x dx.$ | 9. $\int \sin^6 \frac{x}{2} dx.$ |
| 10. $\int \cos^6 x dx.$ | 11. $\int \cos^6 \frac{x}{2} dx.$ | 12. $\int \cos^4 5x dx.$ |

$$\begin{array}{lll}
13. \int \cos^6 4x dx. & 14. \int \cos^4 4x dx. & 15. \int \cos^4 3x dx. \\
16. \int \sin^4 x \cos^2 x dx. & 17. \int \sin^4 x \cos^4 x dx. & 18. \int \sin^4 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} dx. \\
19. \int \sin^4 2x \cos^2 2x dx. & 20. \int \sin^2 2x \cos^4 2x dx. & 21. \int \sin^2 \frac{x}{2} \cos^4 \frac{x}{2} dx. \\
22. \int \sin^2 x \cos^2 x dx. & 23. \int \sin^2 \frac{x}{2} \cos^2 \frac{x}{2} dx. & 24. \int \sin^4 \frac{x}{2} \cos^4 \frac{x}{2} dx. \\
25. \int \sin^4 3x \cos^4 3x dx. & 26. \int \sin^4 4x \cos^2 4x dx. & 27. \int \sin^4 3x \cos^2 3x dx. \\
28. \int \sin^2 x \cos^4 x dx. & 29. \int \sin^4 2x \cos^4 2x dx. & 30. \int \sin^2 3x \cos^4 3x dx.
\end{array}$$

16. Найти неопределенный интеграл.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{(1 + \operatorname{tg} x) dx}{1 - \operatorname{tg} x}. & 2. \int \frac{(2 + \operatorname{ctg} x) dx}{3 \operatorname{ctg} x - 1}. & 3. \int \frac{dx}{4 \operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} x}. \\
4. \int \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 x}{1 - \operatorname{ctg} x} dx. & 5. \int \operatorname{tg}^6 x dx. & 6. \int \frac{\operatorname{tg} 2x dx}{1 - \operatorname{tg} 2x}. \\
7. \int \frac{\operatorname{tg} x dx}{\operatorname{tg} x + 2}. & 8. \int \frac{(1 + \operatorname{ctg}^2 x) dx}{\operatorname{ctg} x (\operatorname{ctg}^2 x - 1)}. & 9. \int \operatorname{tg}^7 x dx. \\
10. \int \frac{dx}{\operatorname{tg} x - 1}. & 11. \int \frac{dx}{2 \operatorname{tg} x + 3}. & 12. \int \frac{(1 + \operatorname{tg}^2 x) dx}{(\operatorname{tg} x - 2)^3}. \\
13. \int \frac{(4 + \operatorname{ctg} 2x) dx}{4 - \operatorname{ctg} 2x}. & 14. \int \operatorname{ctg}^6 x dx. & 15. \int \frac{dx}{3 \operatorname{ctg} x + 5}. \\
16. \int \frac{dx}{\operatorname{ctg} x - 2}. & 17. \int \operatorname{tg}^3 6x dx. & 18. \int \operatorname{tg}^2 2x dx. \\
19. \int \operatorname{ctg}^3 2x dx. & 20. \int \operatorname{ctg}^5 4x dx. & 21. \int \operatorname{ctg}^5 3x dx. \\
22. \int \operatorname{tg}^5 3x dx. & 23. \int \operatorname{tg}^4 2x dx. & 24. \int \operatorname{tg}^5 2x dx. \\
25. \int \operatorname{tg}^5 x dx. & 26. \int \operatorname{tg}^2 x dx. & 27. \int \operatorname{ctg}^2 3x dx. \\
28. \int \operatorname{ctg}^3 x dx. & 29. \int \operatorname{ctg}^3 3x dx & 30. \int \operatorname{ctg}^3 4x dx.
\end{array}$$

17. Найти неопределенный интеграл.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{dx}{1 + \cos x}. & 2. \int \frac{dx}{3 - 2 \sin x + \cos x}. & 3. \int \frac{dx}{5 + \cos 2x}. \\
4. \int \frac{dx}{2 + \cos 4x}. & 5. \int \frac{dx}{2 + \sin x + 2 \cos x}. & 6. \int \frac{dx}{2 + \cos 3x}. \\
7. \int \frac{dx}{1 + \cos x}. & 8. \int \frac{dx}{2 + 2 \sin x + \cos x}. & 9. \int \frac{dx}{5 - \cos 2x}. \\
10. \int \frac{dx}{4 + \cos 2x}. & 11. \int \frac{dx}{3 + 2 \sin x + 2 \cos x}. & 12. \int \frac{dx}{7 + \cos x}. \\
13. \int \frac{dx}{5 + \cos 2x}. & 14. \int \frac{dx}{2 + 2 \sin x + 2 \cos x}. & 15. \int \frac{dx}{2 + \cos 3x}. \\
16. \int \frac{dx}{3 + \cos 4x}. & 17. \int \frac{dx}{2 - \cos x}. & 18. \int \frac{dx}{3 - \cos 2x}. \\
19. \int \frac{dx}{3 + \cos 3x}. & 20. \int \frac{dx}{3 + \cos x}. & 21. \int \frac{dx}{2 + \cos 2x}.
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
22. \int \frac{dx}{2 + \cos x} & 23. \int \frac{dx}{1 + \sin 4x} & 24. \int \frac{dx}{6 + \cos x} \\
25. \int \frac{dx}{6 - \cos x} & 26. \int \frac{dx}{1 + \sin 3x} & 27. \int \frac{dx}{3 + \sin 3x} \\
28. \int \frac{dx}{3 + \sin 2x} & 29. \int \frac{dx}{2 + \sin x} & 30. \int \frac{dx}{5 + \cos 4x}
\end{array}$$

18. Найти неопределенный интеграл.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{x^3}{\sqrt{x+1}} dx. & 2. \int \frac{\sqrt{x}+1}{2-x} dx. & 3. \int \frac{\sqrt{x} dx}{1+4x} \\
4. \int \frac{dx}{x\sqrt{3-x}}. & 5. \int \frac{dx}{x+\sqrt{x}}. & 6. \int \frac{dx}{x\sqrt{1+5x}} \\
7. \int \frac{dx}{\sqrt{x}(4+\sqrt[3]{x})}. & 8. \int \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx. & 9. \int \frac{dx}{\sqrt{(1+x)(1+2x)}} \\
10. \int \frac{\sqrt{x+1}}{1-x} dx. & 11. \int \frac{dx}{\sqrt{x+1}(x+2)}. & 12. \int \frac{4-2\sqrt{x}}{x+7} dx. \\
13. \int \frac{\sqrt{x}-1}{4+3x} dx. & 14. \int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}. & 15. \int \frac{dx}{\sqrt{x}(1-x)} \\
16. \int \frac{\sqrt{x} dx}{x(1+\sqrt[3]{x})}. & 17. \int \frac{dx}{(1+2\sqrt[3]{x})\sqrt{x}}. & 18. \int \frac{\sqrt{x} dx}{1+x} \\
19. \int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt[3]{x})}. & 20. \int \frac{\sqrt{x}}{1-x} dx. & 21. \int \frac{x\sqrt{x} dx}{1+x} \\
22. \int \frac{x\sqrt{x} dx}{1-x}. & 23. \int \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}. & 24. \int \frac{dx}{x\sqrt{4+x}} \\
25. \int \frac{dx}{x\sqrt{4x-1}}. & 26. \int \frac{dx}{(\sqrt{x}+1)^2-1}. & 27. \int \frac{\sqrt{1+x}}{x} dx. \\
28. \int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+4x)}. & 29. \int \frac{dx}{\sqrt{x}(5-4x)}. & 30. \int \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)^2}
\end{array}$$

19. Найти неопределенный интеграл.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{x^3}{\sqrt{(1+x^2)^3}} dx. & 2. \int \frac{x^3}{\sqrt{1+4x^2}} dx. & 3. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{3(1+x^2)^5}} \\
4. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{3+x^2}}. & 5. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{1+4x^2}}. & 6. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{2+x^2}} \\
7. \int \frac{dx}{x\sqrt{1+4x^2}}. & 8. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{3+2x^2}}. & 9. \int \frac{dx}{\sqrt{(4+x^2)^3}} \\
10. \int \frac{dx}{\sqrt{(16+9x^2)^3}}. & 11. \int \frac{17x^3}{\sqrt{(9+4x^2)^3}} dx. & 12. \int \frac{dx}{(9+x^2)\sqrt{9+x^2}} \\
13. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{9+x^2}}. & 14. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{(1+x^2)^5}}. & 15. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{9+x^2}} \\
16. \int \frac{dx}{\sqrt{(3+4x^2)^3}}. & 17. \int \frac{15x^3}{\sqrt{(9+4x^2)^5}} dx. & 18. \int \frac{3x^3}{\sqrt{(16+9x^2)^3}} dx.
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
19. \int \frac{dx}{3x^2\sqrt{16+9x^2}} & 20. \int \frac{dx}{\sqrt{(3+x^2)^3}} & 21. \int \frac{dx}{x\sqrt{9+4x^2}} \\
22. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{(9+4x^2)^5}} & 23. \int \frac{dx}{\sqrt{(9+16x^2)^3}} & 24. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{6+9x^2}} \\
25. \int \frac{7x^3}{\sqrt{(25+16x^2)^5}} dx & 26. \int \frac{x^3}{\sqrt{4+9x^2}} dx & 27. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{(9+x^2)^3}} \\
28. \int \frac{2x^2 dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}} & 29. \int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}} & 30. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{4+9x^2}}
\end{array}$$

20. Найти неопределенный интеграл.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{dx}{x\sqrt{16-x^2}} & 2. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{5-x^2}} & 3. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{5-4x^2}} \\
4. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}} & 5. \int \sqrt{4-x^2} dx & 6. \int \sqrt{9-4x^2} dx \\
7. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{(1-x^2)^5}} & 8. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{(1-x^2)^3}} & 9. \int \sqrt{(1-x^2)^3} dx \\
10. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{1-x^2}} & 11. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{4-x^2}} & 12. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}} \\
13. \int \sqrt{4-5x^2} dx & 14. \int \frac{dx}{x\sqrt{9-x^2}} & 15. \int \frac{dx}{(9-x^2)\sqrt{(9-x^2)^3}} \\
16. \int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x} dx & 17. \int x^3\sqrt{1-x^2} dx & 18. \int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} dx \\
19. \int \frac{\sqrt{5-4x^2}}{x} dx & 20. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-3x^2}} & 21. \int \frac{dx}{x\sqrt{4-x^2}} \\
22. \int \frac{dx}{x\sqrt{9-16x^2}} & 23. \int \frac{dx}{x\sqrt{4-3x^2}} & 24. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{16-x^2}} \\
25. \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx & 26. \int \frac{\sqrt{2-x^2}}{x^2} dx & 27. \int \frac{x^3 dx}{(4-x^2)\sqrt{4-x^2}} \\
28. \int (4-x^2)\sqrt{4-x^2} dx & 29. \int \frac{5x^2 dx}{\sqrt{(1-4x^2)^3}} & 30. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}
\end{array}$$

21. Найти неопределенный интеграл.

$$\begin{array}{llll}
1. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-16}} & 2. \int \frac{dx}{\sqrt{(4x^2-9)^3}} & 3. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{4x^2-9}} & 4. \int \frac{dx}{x^3\sqrt{4x^2-9}} \\
5. \int \frac{\sqrt{3x^2-16}}{x} dx & 6. \int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x} dx & 7. \int \frac{dx}{\sqrt{(9x^2-1)^3}} & 8. \int \frac{dx}{x\sqrt{9x^2-4}} \\
9. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{4x^2-5}} & 10. \int \frac{dx}{x^2\sqrt{4x^2-3}} & 11. \int \frac{dx}{x^3\sqrt{25x^2-16}} & 12. \int \frac{dx}{\sqrt{(x^2-1)^3}}
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
13. \int \frac{dx}{\sqrt{(5x^2 - 9)^3}} & 14. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{4x^2 - 4}} & 15. \int \frac{dx}{x \sqrt{4x^2 - 1}} & 16. \int \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} dx. \\
17. \int \frac{\sqrt{9x^2 - 4}}{x} dx. & 18. \int \frac{dx}{x \sqrt{a^2 x^2 - 1}} & 19. \int \frac{dx}{\sqrt{(9x^2 - 5)^3}} & 20. \int \frac{\sqrt{6x^2 - 7}}{x} dx. \\
21. \int \frac{dx}{x \sqrt{5x^2 - 4}} & 22. \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - 1}} & 23. \int \frac{dx}{\sqrt{(3x^2 - 2)^3}} & 24. \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - 9}}. \\
25. \int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2 - 1}} & 26. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{5x^2 - 1}} & 27. \int \frac{dx}{x \sqrt{4x^2 - 9}} & 28. \int \frac{dx}{x^3 \sqrt{5x^2 - 4}}. \\
29. \int \frac{\sqrt{5x^2 - 4}}{x} dx. & 30. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2 - 1}}. & &
\end{array}$$

22*. Найти неопределенный интеграл, используя подстановки Чебышева.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{dx}{\sqrt[5]{x^3} (4 - \sqrt[15]{x})^2} & 2. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2} (3 - \sqrt[12]{x})^3} & 3. \int \frac{x^{-1/2}}{(5 + \sqrt[4]{x})^{10}} dx. \\
4. \int \sqrt[7]{x^3} (1 - \sqrt[3]{x^2})^5 dx. & 5. \int \sqrt[8]{x^5} (2 + \sqrt[3]{x})^4 dx. & 6. \int \sqrt[3]{x^7} (1 + 3 \sqrt[8]{x^7})^4 dx. \\
7. \int \frac{dx}{\sqrt{x} (11 - \sqrt[4]{x})^7} & 8. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} (4 - 3 \sqrt[6]{x})^3} & 9. \int \frac{dx}{\sqrt{x} (9 - \sqrt[3]{x})^2} \\
10. \int \sqrt[5]{x^3} (3 - \sqrt[3]{x^4})^4 dx. & 11. \int \sqrt[9]{x^4} (1 + 2 \sqrt[3]{x})^5 dx. & 12. \int \sqrt[4]{x^5} (2 - \sqrt{x^3})^5 dx. \\
13. \int \frac{dx}{\sqrt[6]{x^7} (9 + \sqrt[6]{x})^3} & 14. \int \frac{\sqrt{x^{-1}}}{(1 + 16 \sqrt[3]{x})^2} dx. & 15. \int \frac{dx}{\sqrt{x} (2 + \sqrt[10]{x})^2} \\
16. \int \sqrt[5]{x^2} (8 - 3 \sqrt[10]{x})^4 dx. & 17. \int \sqrt[6]{x^5} (1 + \sqrt[7]{x^2})^5 dx. & 18. \int \sqrt[3]{x^4} (1 - 2 \sqrt[7]{x^3})^4 dx. \\
19. \int \frac{\sqrt{x} dx}{(4 - \sqrt[3]{x})^2} & 20. \int \frac{dx}{\sqrt{x} (15 - 2 \sqrt[4]{x})^5} & 21. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} (7 - 2 \sqrt[6]{x})^3} \\
22. \int \sqrt[7]{x^4} (4 + 3 \sqrt[8]{x^3})^4 dx. & 23. \int \sqrt[5]{x^6} (2 + 3 \sqrt[8]{x^3})^4 dx. & 24. \int \sqrt[4]{x^9} (3 + \sqrt[5]{x^2})^4 dx. \\
25. \int \frac{\sqrt{x}}{(2 + \sqrt[3]{x})^2} dx. & 26. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2} (7 + \sqrt[3]{x^2})^2} & 27. \int \frac{dx}{\sqrt[5]{x^4} (3 + \sqrt[5]{x^2})^2} \\
28. \int \sqrt{x^3} (1 + \sqrt[3]{x^4})^5 dx. & 29. \int \sqrt[6]{x^7} (3 - \sqrt[3]{x^2})^4 dx. & 30. \int \sqrt{x^5} (3 - \sqrt[6]{x})^5 dx.
\end{array}$$

23*. Найти неопределенный интеграл, используя подстановки Чебышева.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{\sqrt{4 + \sqrt[9]{x}}}{5 \sqrt[3]{x^2}} dx. & 2. \int \sqrt[3]{x} \sqrt[4]{2 + \sqrt[3]{x^2}} dx. & 3. \int x^5 \sqrt[3]{(1 + x^2)^2} dx. \\
4. \int x^3 \sqrt[5]{(3 + x^{4/3})^2} dx. & 5. \int \frac{\sqrt{6 - \sqrt[3]{x}}}{2x} dx. & 6. \int \sqrt[3]{x^4} \sqrt[4]{2 + \sqrt[6]{x^7}} dx. \\
7. \int \sqrt[3]{x^7} \sqrt[5]{(2 + \sqrt[3]{x^2})^2} dx. & 8. \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} (4 + \sqrt[6]{x})^{1/4}} & 9. \int \frac{\sqrt{1 + \sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^4}} dx. \\
10. \int x^{13} \sqrt[3]{3 - x^{14/3}} dx. & 11. \int \sqrt{x^3} (1 + \sqrt[4]{x^5})^{1/3} dx. & 12. \int x^7 \sqrt[5]{4 + x^{8/3}} dx.
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
13. \int \sqrt[4]{x^3} \sqrt{1 + \sqrt[8]{x^7}} dx. & 14. \int \sqrt{x} \sqrt[3]{(1 + \sqrt[4]{x^3})^2} dx. & 15. \int \sqrt[4]{x} \sqrt[3]{1 + \sqrt[8]{x^5}} dx. \\
16. \int \sqrt{x} \sqrt[3]{3 - \sqrt[4]{x^3}} dx. & 17. \int \sqrt{x^3} (4 + \sqrt[4]{x^5})^{1/4} dx. & 18. \int \sqrt[5]{x^3} \sqrt{3 + \sqrt[5]{x^2}} dx. \\
19. \int \sqrt[5]{x} \sqrt[3]{2 + \sqrt[5]{x^3}} dx. & 20. \int \sqrt[5]{x^2} \sqrt{3 + \sqrt[10]{x^7}} dx. & 21. \int \sqrt[3]{x^2} \sqrt[4]{7 + \sqrt[6]{x^5}} dx. \\
22. \int \sqrt[5]{x^2} \sqrt[3]{4 + \sqrt[15]{x^7}} dx. & 23. \int \sqrt[3]{x^2} (5 + \sqrt[6]{x^5})^{1/3} dx. & 24. \int \sqrt[5]{x^4} \sqrt{2 + \sqrt[5]{x^3}} dx. \\
25. \int \sqrt[5]{x^3} \sqrt[3]{(6 + \sqrt[5]{x^4})^2} dx. & 26. \int \sqrt[4]{x} \sqrt[5]{5 + \sqrt[12]{x^5}} dx. & 27. \int \sqrt[3]{x} \sqrt[4]{7 + \sqrt[3]{x^2}} dx. \\
28. \int \sqrt[3]{x^2} \sqrt{6 + \sqrt[9]{x^5}} dx. & 29. \int \sqrt[5]{x^4} \sqrt[3]{3 + \sqrt[5]{x^3}} dx. & 30. \int \sqrt[5]{x^2} \sqrt{4 + \sqrt[15]{x^7}} dx.
\end{array}$$

24*. Найти неопределенный интеграл, используя подстановки Чебышева.

$$\begin{array}{lll}
1. \int \frac{dx}{x^{11} \sqrt{1+x^4}}. & 2. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt[3]{(1+x^3)^5}}. & 3. \int \frac{dx}{x^4 \sqrt{1+x^2}}. \\
4. \int \frac{dx}{x^3 \sqrt[3]{2-x^3}}. & 5. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{(1+x^2)^3}}. & 6. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}}. \\
7. \int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx. & 8. \int \frac{\sqrt[3]{(1+2x^3)^2}}{x^6} dx. & 9. \int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}. \\
10. \int \frac{\sqrt[5]{1+\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[5]{x^7}} dx. & 11. \int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x^3}}}{x^2} dx. & 12. \int \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{x^3}} dx. \\
13. \int \frac{dx}{x^6 \sqrt{x^2-1}}. & 14. \int \frac{\sqrt{1+2x}}{\sqrt{x^5}} dx. & 15. \int \frac{dx}{x^7 \sqrt{1+x^4}}. \\
16. \int \frac{dx}{x^2 (5+x^3)^{5/3}}. & 17. \int \frac{dx}{x^{10} (1+x^4)^{-1/4}}. & 18. \int \frac{dx}{x^{14} \sqrt[4]{(1+x^4)^{-1}}}. \\
19. \int \frac{dx}{x^4 \sqrt{(1+x^2)^3}}. & 20. \int \frac{\sqrt[3]{1+x^3}}{x^8} dx. & 21. \int \frac{\sqrt{1+x^3}}{x^{8,5}} dx. \\
22. \int \frac{dx}{x^{11,5} \sqrt{1+x^3}}. & 23. \int \frac{\sqrt{1+x^4}}{x^{15}} dx. & 24. \int \frac{\sqrt{1+x^5}}{x^{18,5}} dx. \\
25. \int \frac{\sqrt[3]{(1+x^{3/2})^2}}{x^8} dx. & 26. \int \frac{dx}{x^{9/2} \sqrt[3]{(1+x^{3/2})^2}}. & 27. \int \frac{\sqrt[3]{(1+\sqrt{x^3})^2}}{x^5} dx. \\
28. \int \frac{dx}{\sqrt{x^{15}} \sqrt[3]{(1+x^{3/2})^2}}. & 29. \int \sqrt[3]{x} (1-x^2)^{-5/3} dx. & 30. \int \frac{\sqrt[3]{1+x^3}}{x^2} dx.
\end{array}$$

25*. Найти неопределенные интегралы при помощи подстановок Эйлера.

$$\begin{array}{ll}
1. \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2+x+3}}. & 2. \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2+x-1}}. \\
3. \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2-x+3}}. & 4. \int \frac{\sqrt{x^2+x-4} dx}{x}. \\
5. \int \frac{\sqrt{x^2+x+3}}{x} dx. & 6. \int \frac{\sqrt{x^2+2x+2}}{x} dx.
\end{array}$$

- | | |
|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| 7. $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2+x+1}}$. | 8. $\int \frac{dx}{(x+1)^5\sqrt{x^2+2x}}$. |
| 9. $\int \frac{x}{(x^2-1)\sqrt{x^2-x-1}}dx$. | 10. $\int \frac{\sqrt{x^2-x+2}}{x^2}dx$. |
| 11. $\int \frac{\sqrt{4x^2-x+1}}{x^2}dx$. | 12. $\int \frac{\sqrt{x^2+3x}}{x^2}dx$. |
| 13. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+4x-4}}$. | 14. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+2x-1}}$. |
| 15. $\int \frac{\sqrt{9x^2-x-1}}{x}dx$. | 16. $\int \frac{\sqrt{x^2+2x+2}}{(x-1)^2}dx$. |
| 17. $\int \frac{dx}{(x^2+x+1)\sqrt{x^2+x-1}}$. | 18. $\int \frac{x^2-2x}{\sqrt{x^2-2x-1}}dx$. |
| 19. $\int \frac{x^2+4x-2}{\sqrt{x^2+4x-1}}dx$. | 20. $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+4x+5}}dx$. |
| 21. $\int \frac{2x^3-2x-3}{\sqrt{x^2+2x+2}}dx$. | 22. $\int \frac{dx}{(x^2-3x)\sqrt{x^2-3x}}$. |
| 23. $\int \frac{dx}{(9x^2+x)\sqrt{9x^2+x}}$. | 24. $\int \frac{dx}{(4x^2-3x)\sqrt{4x^2-3x}}$. |
| 25. $\int \frac{\sqrt{4x^2-3x}}{(x-1)^2}dx$. | 26. $\int \frac{\sqrt{9x^2+8x}}{(2x-1)^2}dx$. |
| 27. $\int \frac{\sqrt{x^2-2x}}{(x+2)^2}dx$. | 28. $\int \frac{x^2-3x+1}{\sqrt{9x^2-4x}}dx$. |
| 29. $\int \frac{3x^2+x-4}{\sqrt{x^2-9x}}dx$. | 30. $\int \frac{1+x-2x^2}{\sqrt{x^2+x}}dx$. |

26*. Найти неопределенные интегралы при помощи подстановок Эйлера.

- | | |
|-------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
| 1. $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1+x+x^2}}$. | 2. $\int \frac{\sqrt{x^2-x+4}}{x}dx$. |
| 3. $\int \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{(x+1)^2}dx$. | 4. $\int \frac{x}{(1-x)^2\sqrt{1+2x-x^2}}dx$. |
| 5. $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2-x+1}}$. | 6. $\int \frac{\sqrt{x^2-x+1}}{x-1}dx$. |
| 7. $\int \frac{x^2-x}{\sqrt{x^2-x+1}}dx$. | 8. $\int \frac{x^2+4x}{\sqrt{1-4x-x^2}}dx$. |
| 9. $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{1+x+x^2}}$. | 10. $\int \frac{dx}{x^2+3x\sqrt{1-3x-x^2}}$. |
| 11. $\int \frac{x^2-2}{\sqrt{1-2x-x^2}}dx$. | 12. $\int \frac{2x^2-3x-5}{\sqrt{x^2-2x+9}}dx$. |
| 13. $\int \frac{dx}{(x^2+x+1)\sqrt{x^2+x+1}}$. | 14. $\int \frac{\sqrt{x^2+5x+4}}{x^2}dx$. |
| 15. $\int \frac{x-1}{x^2\sqrt{2x^2-2x+1}}dx$. | 16. $\int \frac{x^2+x-1}{\sqrt{2x^2+2x+1}}dx$. |
| 17. $\int \frac{x^2-x+1}{\sqrt{1+x-x^2}}dx$. | 18. $\int \frac{x}{(x+1)\sqrt{1-x-x^2}}dx$. |

$$\begin{array}{ll}
19. \int \frac{dx}{1+\sqrt{1-2x-x^2}} & 20. \int \frac{\sqrt{1+x-x^2}}{x} dx. \\
21. \int \frac{dx}{x^2+1} & 22. \int \frac{x^2-2x+1}{\sqrt{x^2-2x+4}} dx. \\
23. \int \frac{dx}{x^2-x+1} & 24. \int \frac{dx}{x^2-3x+1} \\
& \int \frac{dx}{\sqrt{4x^2-5x+1}} \\
25. \int \frac{\sqrt{x^2+x+9}}{x^2} dx. & 26. \int \frac{\sqrt{3x^2-x+4}}{x^2} dx. \\
27. \int \frac{\sqrt{1-3x-4x^2}}{x^2} dx. & 28. \int \frac{x^2-2x}{\sqrt{4+2x-x^2}} dx. \\
29. \int \frac{\sqrt{x^2-x+4}}{(x-1)^2} dx. & 30. \int \frac{\sqrt{9-x-x^2}}{x} dx.
\end{array}$$

27*. Найти неопределенные интегралы при помощи подстановок Эйлера.

$$\begin{array}{ll}
1. \int \frac{\sqrt{x^2+x-6}}{x^2} dx. & 2. \int \frac{\sqrt{x^2-3x+2}}{x^2} dx. \\
3. \int \frac{\sqrt{x^2+3x-4}}{x^2} dx. & 4. \int \frac{dx}{x\sqrt{2+x-x^2}}. \\
5. \int \frac{\sqrt{4x^2+x-5}}{x} dx. & 6. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x-3}}. \\
7. \int \frac{\sqrt{4x^2+3x-7}}{x} dx. & 8. \int \frac{x}{\sqrt{x^2+5x-6}} dx. \\
9. \int \frac{dx}{(x+1)^3 \sqrt{x^2+2x-3}}. & 10. \int \frac{x^2-2x-1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx. \\
11. \int \frac{2x^2+3x+4}{\sqrt{2x^2+3x-5}} dx. & 12. \int \frac{3x^2-5x-14}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx. \\
13. \int \frac{dx}{(x^2-2x)\sqrt{x^2-2x}}. & 14. \int \frac{dx}{(x^2+4x)\sqrt{x^2+4x}}. \\
15. \int \frac{dx}{(4x^2-x)\sqrt{4x^2-x}}. & 16. \int \frac{\sqrt{x^2+x-6}}{x} dx. \\
17. \int \frac{dx}{(2x-3)\sqrt{4x-x^2}}. & 18. \int \frac{dx}{(2x^2+3x)\sqrt{2x^2+3x}}. \\
19. \int \frac{dx}{(x^2+5x)\sqrt{x^2+5x}}. & 20. \int \frac{dx}{(x^2-6x)\sqrt{x^2-6x}}. \\
21. \int \frac{x^2-x+1}{\sqrt{x^2-3x}} dx. & 22. \int \frac{x^2+2x-3}{\sqrt{x^2-4x}} dx. \\
23. \int \frac{2x^2-x+1}{\sqrt{4x^2-x}} dx. & 24. \int \frac{x^2+8x-1}{\sqrt{x^2+8x+7}} dx. \\
25. \int \frac{dx}{\sqrt{3x^2-x-2}}. & 26. \int \frac{dx}{\sqrt{5x^2+x-6}}. \\
27. \int \frac{x^2-2x}{\sqrt{x^2-4x-5}} dx. & 28. \int \frac{\sqrt{2x^2+x}}{(x+1)^2} dx. \\
29. \int \frac{\sqrt{3x^2-x}}{(x+1)^2} dx. & 30. \int \frac{2x^2+x-3}{\sqrt{2x-x^2}} dx.
\end{array}$$

Таблица вариантов

В	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
1	6	9	17	26	9	21	18	6	27	2	13	9	13	4	8	8	23	16	16	6	9	17	26	9	7	24	15
2	15	14	10	4	9	24	8	27	28	16	9	3	14	4	12	12	2	23	2	14	10	4	9	24	15	6	17
3	23	2	22	25	14	5	21	23	25	29	20	20	15	4	28	7	26	10	17	25	14	5	21	23	18	6	28
4	3	24	6	28	23	3	27	2	12	9	24	4	23	29	3	29	29	22	20	6	9	17	26	9	26	10	18
5	17	21	24	8	25	19	30	14	26	30	23	12	22	22	24	15	27	21	15	14	10	4	9	24	15	6	10
6	21	18	3	14	5	18	9	3	1	7	16	28	18	30	16	30	26	10	11	18	3	14	5	18	5	21	2
7	24	17	19	13	14	28	18	21	16	23	22	21	12	19	2	22	7	7	12	19	13	14	28	18	14	5	22
8	8	13	30	12	24	7	20	19	10	15	18	15	4	23	4	24	4	29	25	30	12	24	7	20	14	15	11
9	11	22	7	19	7	26	20	22	18	25	5	12	10	13	5	2	23	2	6	25	14	5	21	23	15	6	6
10	9	9	27	8	29	28	17	20	17	5	14	10	19	8	21	28	1	12	29	9	9	27	8	29	14	20	4
11	10	1	12	26	21	7	17	23	21	21	19	23	3	8	5	7	29	24	22	1	12	26	21	7	14	16	16
12	14	1	12	16	6	11	23	14	29	9	4	30	15	26	29	19	13	3	17	18	3	14	5	18	15	6	12
13	28	23	16	5	18	27	14	25	5	13	27	4	10	22	5	23	24	4	14	30	12	24	7	20	14	21	23
14	27	21	22	22	14	13	26	27	20	9	2	7	9	9	26	10	23	2	28	9	9	27	8	29	18	6	2
15	12	12	22	24	4	14	9	16	3	3	21	24	14	7	3	27	17	13	12	19	13	14	28	18	26	10	18
16	6	9	27	7	13	26	21	25	15	17	30	12	14	28	16	21	5	4	23	1	12	26	21	7	5	21	11
17	8	3	6	12	10	5	30	3	4	22	21	27	28	30	29	9	9	19	27	9	9	27	8	29	15	6	8
18	9	19	2	3	28	16	20	29	3	19	23	10	13	30	18	19	15	23	19	3	28	16	20	29	14	13	12
19	8	1	20	16	19	21	16	18	11	20	24	21	12	12	5	13	25	8	15	12	9	19	2	3	13	5	7
20	3	5	4	2	21	13	21	28	17	11	29	3	8	14	17	27	29	28	29	30	12	24	7	20	11	15	14
21	14	1	7	23	17	19	21	7	14	30	27	11	26	20	11	24	26	8	27	1	12	26	21	7	14	21	26
22	3	28	16	20	29	29	18	29	2	11	14	21	8	22	3	9	15	21	14	22	3	28	16	20	14	24	8
23	22	28	6	8	22	1	1	18	6	15	25	29	7	24	14	25	18	27	11	3	28	16	20	29	15	6	5
24	23	22	19	27	27	4	20	14	23	29	17	2	27	11	29	9	1	13	4	14	19	13	14	28	18	4	15
25	22	29	15	23	5	3	9	13	11	10	13	12	2	18	25	29	25	19	29	3	28	16	20	29	18	6	22
26	28	23	19	23	21	14	30	26	26	23	28	12	23	9	7	20	13	25	25	22	29	15	23	3	26	10	20
27	12	9	15	13	11	19	18	29	4	15	30	4	7	25	12	8	15	2	8	28	23	19	23	21	5	21	16
28	26	19	25	27	15	8	21	10	19	20	15	22	18	2	30	25	12	25	17	3	28	16	20	29	1	25	20
29	8	15	23	30	9	30	24	6	2	30	12	11	14	6	21	24	25	3	30	3	28	16	20	29	14	12	20
30	10	11	15	17	23	1	22	19	23	8	10	24	2	3	29	25	14	20	28	22	29	15	23	5	12	15	13
31	5	5	13	16	9	7	21	26	21	9	24	23	19	10	1	3	20	4	21	28	23	19	23	21	17	23	29
32	30	14	23	16	6	25	30	4	11	24	19	23	13	6	28	9	14	24	3	25	4	13	13	14	15	21	5
33	17	27	19	28	16	14	30	13	30	5	27	11	2	4	18	5	17	3	11	22	29	15	23	12	15	6	19
34	22	7	21	6	1	2	17	4	21	1	4	20	3	24	30	21	5	23	5	28	23	19	23	21	14	17	21
35	8	23	15	2	25	4	13	13	14	5	14	4	28	16	25	19	18	5	6	29	13	18	9	17	14	5	12
36	29	13	18	9	17	14	6	24	2	10	5	4	27	9	4	19	21	25	12	10	13	11	11	26	18	6	8
37	11	26	20	5	4	28	25	18	6	1	21	6	19	28	10	4	5	27	7	21	25	12	10	13	5	21	15
38	21	10	14	2	1	24	28	12	5	9	26	13	23	14	30	2	9	17	18	25	4	13	13	14	13	25	13
39	2	2	8	20	23	10	22	19	29	15	26	6	11	24	3	18	18	25	26	29	13	18	9	17	14	17	7
40	15	10	13	11	11	26	28	25	30	12	30	26	10	5	17	14	21	3	2	10	13	11	11	26	8	29	28
41	21	30	17	2	14	9	26	16	26	24	2	15	10	5	7	11	20	24	10	21	25	12	10	13	14	12	2
42	11	1	8	13	1	15	20	8	18	16	5	30	7	18	7	10	15	7	29	13	18	9	17	1	15	23	2
43	29	10	7	29	17	20	28	21	15	16	4	14	1	23	8	30	4	29	17	10	13	11	11	26	16	21	8
44	25	15	16	30	6	21	20	1	21	20	17	13	14	4	15	25	25	2	20	25	4	13	13	14	15	6	16
45	30	2	20	9	30	18	1	5	11	7	12	1	22	6	14	17	17	7	22	21	25	12	10	13	7	13	9
46	21	24	8	20	2	20	22	20	21	14	13	26	30	8	12	3	20	19	2	8	20	2	20	22	12	9	20
47	13	21	9	6	12	15	25	21	8	20	21	20	23	15	6	16	1	29	3	23	19	16	8	20	26	10	2
48	22	10	26	1	26	20	6	22	25	20	15	15	30	5	3	19	19	20	2	15	15	18	27	21	5	21	20
49	29	9	28	24	14	5	26	1	10	9	28	19	3	8	17	21	3	2	29	23	11	1	8	13	11	23	20
50	14	24	13	7	9	17	2	24	10	18	2	13	21	18	6	8	13	13	4	23	19	16	8	20	4	12	26
51	26	6	30	8	29	21	13	1	15	26	20	10	29	2	22	28	24	6	26	15	15	18	27	21	8	29	14
52	12	29	8	29	6	27	19	20	13	22	19	14	14	10	26	14	17	23	11	8	20	2	20	22	11	2	16
53	21	16	10	11	29	18	23	23	24	12	20	29	15	6	24	15	15	18	27	21	25	12	10	13	18	9	24
54	5	19	22	26	22	23	10	28	4	11	1	20	8	30	23	6	16	4	18	23	19	16	8	20	15	6	15
55	15	15	2	16	15	16	21	15	21	24	11	14	23	28	23	10	14	9	9	23	11	1	8	13	18	15	8
56	20	8	16	22	27	16	3	3	11	26	23	19	18	18	14	10	21	23	26	14	26	6	30	8	1	23	7
57	22	16	16	15	19	6	13	10	17	1	9	16	3	9	26	23	17	24	7	8	20	2	20	22	18	6	17
58	16	5	9	28	30	7	3	27	19	28	28	15	13	30	29	10	27	29	4	15	15	18	27	21	5	21	29
59	3	3	1	15	29	15	30	8	13	29	3	7	8	20	10	2	22	28	15	23	11	1	8	13	12	15	13

B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
60	27	20	21	16	17	1	30	13	14	27	28	25	10	2	15	12	23	19	16	8	20	2	20	22	18	12	9
61	3	24	22	29	23	28	29	23	21	25	27	13	2	13	6	25	17	14	8	14	26	6	30	8	26	10	30
62	13	23	19	11	6	20	9	15	5	27	27	19	17	21	7	27	8	17	4	29	22	20	6	9	15	6	2
63	22	14	19	23	22	5	14	6	21	7	13	23	22	19	18	5	26	28	29	23	11	1	8	13	18	6	10
64	12	14	6	15	17	26	22	25	21	27	27	20	29	20	23	27	20	23	26	15	2	16	15	16	5	21	7
65	21	28	4	1	8	22	30	2	4	27	22	19	1	17	4	23	21	22	7	30	11	23	11	1	17	3	3
66	9	10	3	21	12	24	13	25	20	26	21	29	17	21	26	28	24	10	13	20	8	1	27	13	4	15	23
67	23	17	8	8	2	24	30	17	18	11	28	12	4	2	6	7	10	20	23	23	14	6	10	19	16	9	23
68	20	16	9	14	1	29	27	1	25	5	15	11	21	14	5	9	22	26	10	4	21	21	13	19	11	15	6
69	11	14	26	11	18	18	5	18	25	23	23	21	22	1	24	26	18	9	3	1	2	4	12	11	18	7	21
70	30	19	17	11	24	21	8	3	27	26	4	26	22	19	2	6	9	5	21	19	17	11	24	21	17	15	13
71	2	6	27	15	18	30	19	28	29	18	25	4	1	18	4	9	26	28	27	10	19	30	4	13	16	9	27
72	20	27	6	23	4	4	4	26	11	23	1	5	7	13	5	8	25	7	17	4	28	6	18	23	26	10	25
73	27	18	8	5	30	1	15	4	8	16	5	1	23	27	3	25	19	5	22	8	5	30	1	15	18	6	22
74	17	1	18	15	16	19	30	11	9	20	27	20	18	8	9	16	20	19	28	3	9	8	20	15	5	21	8
75	29	3	4	7	29	26	20	6	27	1	28	16	13	9	23	11	17	27	12	9	14	3	14	3	1	9	13
76	10	27	8	3	9	8	20	15	12	26	6	21	2	30	11	10	1	30	11	27	9	11	15	14	13	15	24
77	10	1	2	4	12	11	30	13	8	22	22	23	25	13	22	15	1	14	6	3	9	8	20	15	19	8	6
78	10	4	28	6	18	23	29	4	2	28	16	6	24	9	5	27	29	30	12	9	14	3	14	3	13	15	17
79	26	17	7	28	10	19	11	20	8	4	25	11	29	3	1	22	7	15	21	4	21	21	13	19	12	7	22
80	19	30	4	13	27	17	1	10	27	13	15	9	26	29	21	30	16	23	12	3	9	8	20	15	1	15	10
81	6	9	17	26	9	21	18	6	27	2	13	9	13	4	8	8	23	16	16	27	9	11	15	14	9	7	15
82	15	14	10	4	9	24	8	27	28	16	9	3	14	4	12	12	2	23	2	4	28	6	18	23	26	10	17
83	23	2	22	25	14	5	21	23	25	29	20	20	15	4	28	7	26	10	17	29	22	20	6	9	15	6	28
84	3	24	6	28	23	3	27	2	12	9	24	4	23	29	3	29	29	22	20	9	14	3	14	3	18	6	18
85	17	21	24	8	25	19	30	14	26	30	23	12	22	22	24	15	27	21	15	15	2	16	15	16	8	29	10
86	21	18	3	14	5	18	9	3	1	7	16	28	18	30	16	30	26	10	11	30	11	23	11	1	14	7	2
87	24	17	19	13	14	28	18	21	16	23	22	21	12	19	2	22	7	7	12	20	8	1	27	13	14	9	22
88	8	13	30	12	24	7	20	19	10	15	18	15	4	23	4	24	4	29	25	23	14	6	10	19	14	3	11
89	11	22	7	19	7	26	20	22	18	25	5	12	10	13	5	2	23	2	6	3	9	8	20	15	12	15	6
90	16	4	5	19	9	20	28	22	11	14	8	11	23	9	23	9	21	12	10	1	2	4	12	11	14	21	27
91	9	14	3	14	3	16	29	20	8	17	5	29	28	27	22	1	15	14	10	19	17	11	24	21	12	3	3
92	22	16	11	9	17	21	23	18	28	13	29	23	4	17	9	17	3	11	6	10	19	30	4	13	4	5	3
93	8	24	5	5	8	9	10	19	9	4	8	28	19	14	18	23	2	4	20	27	9	11	15	14	26	10	28
94	15	12	27	27	5	14	11	12	15	5	19	20	11	20	22	12	21	8	11	8	5	30	1	15	5	21	2
95	1	5	12	14	29	20	7	18	22	29	18	3	8	6	2	24	5	26	1	23	11	1	8	13	15	2	10
96	27	27	9	11	15	14	23	6	20	5	17	1	18	21	21	13	26	1	3	4	13	27	17	1	4	15	19
97	25	26	16	22	12	9	11	16	13	22	24	2	28	23	8	17	7	12	10	27	9	11	15	14	9	7	18
98	1	16	26	9	14	17	9	12	7	11	16	20	23	7	10	11	7	18	26	27	5	14	11	12	17	9	17
99	1	6	2	25	19	15	2	18	4	5	18	12	18	5	22	24	16	8	20	18	3	13	1	22	12	14	7
100	3	18	5	23	16	19	3	18	7	13	25	1	18	26	20	5	3	14	19	9	10	19	9	4	12	9	18
101	13	16	7	4	5	15	3	29	10	10	15	15	22	26	20	2	11	15	26	18	3	13	1	22	18	15	5
102	13	23	26	2	17	2	3	24	8	8	2	16	10	16	21	6	18	9	12	4	13	27	17	1	11	8	16
103	25	21	13	12	16	24	22	1	13	15	4	5	21	10	11	27	20	16	21	4	28	6	18	23	8	29	9
104	23	14	6	10	19	28	16	23	9	29	5	4	15	16	5	2	19	1	29	27	5	14	11	12	15	6	29
105	25	24	2	7	16	28	12	15	10	18	13	20	3	5	24	17	13	1	10	18	3	13	1	22	18	6	24
106	16	18	3	13	1	22	6	20	20	20	18	8	25	28	8	13	23	5	25	4	13	27	17	1	5	21	6
107	4	21	21	13	19	23	8	23	16	18	7	22	12	24	4	13	12	15	14	30	11	23	11	1	8	29	29
108	13	26	13	20	8	1	27	13	5	24	10	29	2	28	14	16	17	9	8	20	8	1	27	13	14	5	7
109	16	20	23	25	17	21	3	13	16	11	6	19	10	25	13	3	24	3	23	23	14	6	10	19	8	29	18
110	30	19	17	11	24	21	8	3	27	26	4	26	22	19	2	6	9	5	21	4	21	21	13	19	12	4	13
111	2	6	27	15	18	30	19	28	29	18	25	4	1	18	4	9	26	28	27	1	2	4	12	11	14	12	27
112	20	27	6	23	4	4	4	26	11	23	1	5	7	13	5	8	25	7	17	19	17	11	24	21	1	13	25
113	27	18	8	5	30	1	15	4	8	16	5	1	23	27	3	25	19	5	22	10	19	30	4	13	7	15	22
114	17	1	18	15	16	19	30	11	9	20	27	20	18	8	9	16	20	19	28	4	28	6	18	23	15	19	8
115	29	3	4	7	29	26	20	6	27	1	28	16	13	9	23	11	17	27	12	29	22	20	6	9	26	10	13
116	10	27	8	3	9	8	20	15	12	26	6	21	2	30	11	10	1	30	11	23	11	1	8	13	18	6	24
117	10	1	2	4	12	11	30	13	8	22	22	23	25	13	22	15	1	14	6	15	2	16	15	16	5	21	6
118	10	4	28	6	18	23	29	4	2	28	16	6	24	9	5	27	29	30	12	4	21	21	13	19	5	1	17
119	26	17	7	28	10	19	11	20	8	4	25	11	29	3	1	22	7	15	21	8	5	30	1	15	26	10	22
120	19	30	4	13	27	17	1	10	27	13	15	9	26	29	21	30	16	23	12	19	17	11	24	21	15	6	10