

**МОСКОВСКИЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МАДИ)**

Кафедра высшей математики

Утверждаю
Зав. кафедрой
Профессор _____ М.В. Яшина
«_____» _____ 2023 г.

**РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИЕ РАБОТЫ
ПО МАТЕМАТИКЕ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВТОРОГО КУРСА
(ТРЕТИЙ СЕМЕСТР)**

МОСКВА
МАДИ
2023

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА 3.1

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Найти решение дифференциального уравнения с начальным условием.

1. $y' = e^{x+y}, y(0) = 0.$	2. $y' = \frac{1}{\cos^2 x}, y(0) = 2.$
3. $y' = y^2 + 1, y(0) = 1.$	4. $y' = \frac{1}{1 + \sqrt{x}}, y(0) = 1.$
5. $y' = x \cos x, y(0) = 4.$	6. $yy' = \sqrt{1 + y^2}, y(0) = \sqrt{3}.$
7. $y' = \sin y, y(2) = \frac{\pi}{2}.$	8. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}, y(5) = 0.$
9. $y' = 4y^2, y(0) = 1.$	10. $y' = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, y(0) = 1,5.$
11. $y' = \frac{1}{x^2 - 1}, y(2) = 0.$	12. $y' = y \ln y, y(1) = 2.$
13. $yy' = y + 1, y(2) = 0.$	14. $y' = \sin^3 x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$
15. $y' = \sqrt{y+3}, y(0) = 1.$	16. $y' = \ln x, y(1) = -3.$
17. $y' = \frac{1}{\sin x}, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1.$	18. $y' = y^2 + y, y(0) = 2.$
19. $y' = \operatorname{sh} x, y(0) = 3.$	20. $y' = y\sqrt{y}, y(0) = 4.$
21. $y' = 2xe^{-x^2}, y(0) = 1.$	22. $y' = \frac{\ln x}{x} + 1, y(1) = -1,5.$
23. $y' = \frac{y^2 + 1}{y^2}, y(0) = 1.$	24. $y' = y^2 + 2y + 5, y(1) = 1.$
25. $y' = \sqrt{x+9}, y(0) = 0.$	26. $y' = -\frac{x}{y}, y(1) = 2.$
27. $y' = \operatorname{arctg} x, y(0) = 1.$	28. $y' = -\frac{y}{x}, y(1) = 3.$
29. $y' = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}, y(0) = 3.$	30. $y' = \frac{y}{1 - x^2}, y(0) = -2.$

2. Найти общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения.

1. $y^2x^2y' + 1 = y.$	2. $x\sqrt{1-y^2}dx + y\sqrt{1-x^2}dy = 0.$
3. $xydx + (x+1)dy = 0.$	4. $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0.$
5. $dx - x\sqrt{1-x^2}dy = 0.$	6. $\sin x \sin ydx + \cos x \cos ydy = 0.$
7. $(y^2 + 1)dx = xydy.$	8. $(y^2 + 1)(e^{2x}dx - e^ydy) = (1 + y)dy.$
9. $dy - e^{x-y}dx = 0.$	10. $x + xy + y(1+x)y' = 0.$
11. $e^{-y}(1+y') = 1.$	12. $(y^2 + xy^2)dx + (x^2 - yx^2)dy = 0.$
13. $x^5y' + y = 0.$	14. $y^2y' + 2x - 1 = 0.$
15. $\sqrt{1+y^2}dx - xydy = 0.$	16. $y'tgx - y = 3.$
17. $(x^2 - 1)y' + 2xy^2 = 0.$	18. $\sin y \cos xdx = \cos y \sin x dy.$
19. $2x\sqrt{1-y^2}dx + ydy = 0.$	20. $\sqrt{1-y^2}dx + y\sqrt{1-x^2}dy = 0.$
21. $2x^2yy' = 2 - y^2.$	22. $(1+x^2)y' + y\sqrt{1+x^2} = xy.$
23. $xy' + y = y^2.$	24. $(1+x)dy + (1-y)dx = 0.$
25. $y' = 2\sqrt{y}\ln x.$	26. $x^2y' - \cos 2y = 1.$
27. $(1+y^2)dx = x^3ydy.$	28. $yy' - e^{x+y} = 0.$
29. $x^2y' \cos y + 1 = 0.$	30. $x^3y' - \cos y = 1.$

3. Найти общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения.

1. $xy' = y - xe^{\frac{y}{x}}.$	2. $x^2y' + y^2 + 13xy + 49x^2 = 0.$
3. $(y + \sqrt{xy})dx = xdy.$	4. $(x - y)dx + (x + y)dy = 0.$
5. $xy' = y + xe^{\frac{y}{x}}.$	6. $xy' - y = (x + y)\ln \frac{x+y}{x}.$
7. $2x^3y' = y(2x^2 - y^2).$	8. $x^2y' = 5xy - 4x^2 - y^2.$
9. $(x^2 + y^2)y' = 2xy.$	10. $x^2y' = 17xy - 64x^2 - y^2.$
11. $(y^2 - 2xy)dx = -x^2dy.$	12. $x^2y' + 11xy + 36x^2 + y^2 = 0.$
13. $xy' = y + xe^{-\frac{y}{x}}.$	14. $xy' = 3y - 2x - \sqrt{xy - x^2}.$

15. $2xyy' + x^2 = y^2.$	16. $xdy = y(\ln y - \ln x)dx.$
17. $x^2y' = x^2 + xy + y^2.$	18. $x^2y' = 4x^2 - 3xy + y^2.$
19. $x^2y' = \sqrt{x^2 - y^2} + y.$	20. $x^2y' = 6x^2 + 6xy + y^2.$
21. $x^2y' = 9x^2 - 5xy + y^2.$	22. $(x - y)dx + (2y - x)dy = 0.$
23. $(y + x)dx = xdy.$	24. $(5y - 3x)dx - (5x + 3y)dy = 0.$
25. $x^2y' = 16x^2 - 7xy + y^2.$	26. $x^2y' = 13xy - 36x^2 - y^2.$
27. $(2x - y)y' = x + 2y.$	28. $x^2 + 2xy - y^2 + (y^2 + 2xy - x^2)y' = 0.$
29. $(x - y)y' = x + y.$	30. $(y^2 + 2xy - x^2)dy = (y^2 - 2xy - x^2)dx.$

4. Найти общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения.

1. $xy' = 3y - x.$	2. $x^3y' = 3x^2y + 2.$
3. $y' = y + e^{3x}.$	4. $(y' - y \operatorname{ctg} x) \sqrt{4 - x^2} = \sin x.$
5. $xy' + x^3 - y = 0.$	6. $y' - y = \frac{x}{2}.$
7. $xy' = x^4 + 2y.$	8. $xy' - 2y = x^3 \operatorname{tg} x.$
9. $(xy' - 1) \ln x = 2y.$	10. $y' - 2xy = x.$
11. $y' \operatorname{ch} x - y \operatorname{sh} x = 1.$	12. $xy' + y = e^x.$
13. $xy' = x^2 \operatorname{ch} x + y.$	14. $x^3y' + x^2y = -12.$
15. $xy' = x + y.$	16. $y' + y = e^{2x}.$
17. $2xy' = 2x + y.$	18. $x(y' - y) = e^x.$
19. $y' + y = \cos x.$	20. $xy' = 3x^2 - y.$
21. $(y' + y \operatorname{tg} x) \sqrt{x^2 + 5} = \cos x.$	22. $(xy' - 4y) \sqrt{\ln x} = x^4.$
23. $y'x^2 + (1 - 2x)y = x^2.$	24. $(xy' - 5y)(x^2 + 2) = x^6.$
25. $xy' + y - \ln x = 0.$	26. $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x.$
27. $xy' + x^3 + y = 0.$	28. $y' - y = x^2.$
29. $xy' + y = \operatorname{ctg}^2 x.$	30. $(x \ln x \cdot y' - y)(x^2 - 3) = x \ln^2 x.$

5. Найти общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения.

1. $xy' + 4y = \frac{x^5 y^2}{\sqrt{x^2 + 4}}$.	2. $y' + 2y = y^2 e^x$.
3. $y' - 5\frac{y}{x} = \frac{y^2(x-1)}{x^5(x^2 - 2x + 4)}$.	4. $y' + 2xy = 2x^3 y^3$.
5. $y'(3x - y^2) = y$.	6. $y' + 2y = 4xy^2$.
7. $ydx = (4x + y^2\sqrt{x})dy$.	8. $(x + yx^2)y' = y$.
9. $y' - y = (xy)^2$.	10. $y' - 3y + xy^3 = 0$.
11. $y(y' + y) = x$.	12. $y' - 2xy = 3x^3 y^2$.
13. $2yy' = y^2 \cos x + 3 \sin 2x$.	14. $y' + \frac{y}{x+1} + y^2 = 0$.
15. $y^2(y' + y) = x$.	16. $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0$.
17. $y' - y = \frac{x^3 y^2}{e^x \sqrt{5 + x^4}}$.	18. $y' = 4y + x^4 \sqrt{y}$.
19. $xy' + y = y^2 \ln x$.	20. $xy' - 4y - x^2 \sqrt{y} = 0$.
21. $2xyy' - 2y^2 = x$.	22. $xy' + y = y^2 \ln x$.
23. $3xy' + xy^2 + 2y = 0$.	24. $xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y$.
25. $y' + 2\frac{y}{x} = \frac{2}{\cos^2 x} \sqrt{y}$.	26. $xy' = \frac{x^3 y^2}{x^2 - 3} - 2y$.
27. $(xy' + 3y)x^5 y \sqrt{5 - x^2} = 1$.	28. $y' - y = xy^2$.
29. $xy' - x^2 \sqrt{y} = 4y$.	30. $(xy' + y) = y^2 \ln x$.

6. Найти частное решение или частный интеграл уравнения.

- $x(2 + 3xy)dx + (x^3 - 3y^2)dy = 0, y(0) = 1$.
- $2xydx + (x^2 - y^2)dy = 0, y(0) = -1$.
- $x(2 - 9xy^2)dx - y(6x^3 - 4y^2)dy = 0, y(0) = 1$.
- $e^{-y}dx - (xe^{-y} + 2y)dy = 0, y(0) = -1$.

5. $\frac{y}{x}dx + (\ln x + y^3)dy = 0, y(1) = -1.$
6. $2x(1 + \sqrt{x^2 - y})dx - \sqrt{x^2 - y}dy = 0, y(0) = -1.$
7. $x(2x^2 - y^2)dx - y(x^2 - 2y^2)dy = 0, y(0) = -1.$
8. $e^y dx + (xe^y - 2y)dy = 0, y(0) = -1.$
9. $yx^{y-1}dx + x^y \ln x dy = 0, y(e) = 1.$
10. $(x\sqrt{x^2 + y^2} + 1)dx + y(\sqrt{x^2 + y^2} - 1)dy = 0, y(0) = -1.$
11. $x(2x^2 + y^2)dx + y(x^2 + 2y^2)dy = 0, y(0) = -1.$
12. $3x(x + 2y^2)dx + 2y(3x^2 + 2y^2)dy = 0, y(0) = 1.$
13. $(3x^2 - 2x - y)dx + (2y - x + 3y^2)dy = 0, y(0) = -1.$
14. $\frac{3x^2 + y^2}{y^2}dx - \frac{2x^3 + 5y}{y^3}dy = 0, y(0) = 1.$
15. $\left(\frac{y}{y^2 + x^2} - 1\right)dx + \frac{x}{y^2 + x^2}dy = 0, y(0) = 1.$
16. $\frac{2x}{y^3}dx + \frac{y^2 - 3x^2}{y^4}dy = 0, y(0) = 1.$
17. $\frac{2x(1 - e^y)}{(1 + x^2)^2}dx + \left(\frac{e^y}{x^2 + 1} + 1\right)dy = 0, y(0) = 0.$
18. $e^x(y + y^2)dx + (1 + 2y)(1 + e^x)dy = 0, y(0) = 1.$
19. $\left(2x + \frac{x^2 + y^2}{yx^2}\right)dx - \frac{x^2 + y^2}{xy^2}dy = 0, y(1) = -1.$
20. $\left(\frac{\sin 2x}{y} + x\right)dx + \left(y - \frac{\sin^2 x}{y^2}\right)dy = 0, y(0) = 1.$
21. $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{y}{x^2}\right)dx + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{x}\right)dy = 0, y(1) = 0.$

$$22. (1 + y^2 \sin 2x) dx - 2y \cos^2 x dy = 0, \quad y(0) = 1.$$

$$23. 3x^2(1 + \ln y) dx + \left(\frac{x^3}{y} - 2y \right) dy = 0, \quad y(1) = 1.$$

$$24. \left(2 + \frac{x}{\sin y} \right) dx - \frac{(x^2 + 1) \cos y}{2 \sin^2 y} dy = 0, \quad y(0) = \frac{\pi}{4}.$$

$$25. 2x \cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y) dy = 0, \quad y(0) = \frac{\pi}{4}.$$

$$26. y(3x^2 + y^2) dx + x(x^2 + 3y^2) dy = 0, \quad y(1) = 0.$$

$$27. (10xy - 8y + 1) dx + (5x^2 - 8x + 3) dy = 0, \quad y(0) = 0.$$

$$28. (3x^2 + 6x^2 y + 3xy^2) dx + (2x^3 + 3x^2 y) dy = 0, \quad y(0) = 0.$$

$$29. (\sin 2x - 2 \cos(x + y)) dx - 2 \cos(x + y) dy = 0, \quad y(0) = 0.$$

$$30. \left(\frac{y}{y^2 + x^2} + e^x \right) dx = \frac{x}{y^2 + x^2} dy, \quad y(1) = 1.$$

7. На отрезке $[0;2]$ с шагом $0,1$ методом Эйлера построить решение задачи Коши $y' = nx + my, y(0) = 0$.

1. $n = 1; m = 1.$

2. $n = -1; m = 1.$

3. $n = 1; m = -1.$

4. $n = -1; m = -1.$

5. $n = 2; m = 1.$

6. $n = 2; m = -1.$

7. $n = -2; m = 1.$

8. $n = -2; m = -1.$

9. $n = 3; m = 1.$

10. $n = 3; m = -1.$

11. $n = -3; m = 1.$

12. $n = -3; m = -1.$

13. $n = 1; m = 2.$

14. $n = -1; m = 2.$

15. $n = 1; m = -2.$

16. $n = -1; m = -2.$

17. $n = 1; m = 3.$

18. $n = -1; m = 3.$

19. $n = 1; m = -3.$

20. $n = -1; m = -3.$

21. $n = 4; m = 1.$

22. $n = -4; m = 1.$

23. $n = 4; m = -1.$

24. $n = -4; m = -1.$

25. $n = 2; m = 3.$

26. $n = -2; m = 3.$

27. $n = 2; m = -3.$

28. $n = -2; m = -3.$

29. $n = 3; m = 2.$

30. $n = -3; m = 2.$

8. Найти решение задачи Коши.

1. $y'' = x + \frac{1}{x^3}, y(1) = 0, y'(1) = -1.$
2. $y'' = e^x, y(0) = -1, y'(0) = 2.$
3. $y'' = \cos x, y(0) = -1, y'(0) = 5.$
4. $y'' = \frac{1}{x^2 + 1}, y(0) = 0, y'(0) = 2.$
5. $y'' = \operatorname{sh} x, y(0) = 0, y'(0) = 3.$
6. $y'' = \cos 3x, y(0) = -1, y'(0) = 5.$
7. $y'' = e^{-2x}, y(0) = 0, y'(0) = 3.$
8. $y'' = \frac{x^2}{x^2 + 1}, y(0) = -2, y'(0) = -4.$
9. $y'' = 3\cos^2 x, y(0) = -1, y'(0) = 1.$
10. $y'' = \sqrt[3]{(x+1)^2}, y(0) = 0, y'(0) = -\frac{2}{3}.$
11. $y'' = 1 - \cos 3x, y(0) = 0, y'(0) = -4.$
12. $(1 + x^2)y'' = 3, y(0) = 0, y'(0) = -3.$
13. $y'' + 2\sin^2 x = 0, y(0) = 2, y'(0) = -1.$
14. $y'' + 1 = 0, y(0) = 4, y'(0) = -2.$
15. $y'' = \frac{x}{x^2 + 1}, y(0) = 2, y'(0) = -4.$
16. $y'' = e^{-\frac{x}{2}}, y(0) = 2, y'(0) = -1.$
17. $y'' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, y(0) = 0, y'(0) = -1.$
18. $y'' + 1 = x^2, y(-1) = 0, y'(-1) = 1.$
19. $y'' = \frac{2}{3}x^2, y(0) = 1, y'(0) = -1.$

20. $y'' = 2\sin 3x, y(0) = -1, y'(0) = 4.$

21. $y'' = 2\cos 3x, y(0) = -1, y'(0) = 0.$

22. $y'' = 3 - x, y(0) = 0, y'(0) = 7.$

23. $y'' = 3^x, y(0) = 0, y'(0) = -1.$

24. $y'' = 98x^3, y(1) = 1, y'(1) = 7.$

25. $y'' = 3x, y(1) = 0, y'(1) = 3.$

26. $y'' = e^{2x}, y(0) = 1, y'(0) = -0.5.$

27. $x y'' = 1, y(1) = 2, y'(1) = 1.$

28. $y'' = \sin 2x, y(0) = 1, y'(0) = 0.$

29. $x^2 y'' = 1, y(1) = 2, y'(1) = 1.$

30. $xy'' = 1 + x^2, y(1) = 0, y'(1) = 0.5.$

9. Найти общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения.

1. $y' - xy'' = x^2 + x^2 y''.$	2. $(1 + x^2)y'' - 2x y' = (x^2 + 1)^2.$
3. $y'' \operatorname{tg} x - y' = 1.$	4. $(1 + x^2)y'' - 2x y' = 0.$
5. $x^3 y'' + x^2 y' = \sqrt{x}.$	6. $(1 - x^2)y'' - 2x y' = 2.$
7. $y'' \operatorname{tg} x = y'.$	8. $xy'' + 2 y' = x^4.$
9. $xy'' - y' = x^2.$	10. $xy'' + y' + x = 0.$
11. $x^3 y'' + x^2 y' = 1.$	12. $xy'' + y' - x = 0.$
13. $x^2 y'' + 3 - 2xy' = 0.$	14. $(x + 1)y'' = y' - 4.$
15. $xy'' - y' = 1.$	16. $(x + 1)y'' = y' - 1.$
17. $x^2 y'' + xy' = 1.$	18. $xy'' + y' = 0.$
19. $x^2 y'' - xy' = 3x^2 - 2.$	20. $(1 + x^2)y'' + 2x y' = 2x(1 + x^2).$
21. $xy'' - y' = x^5.$	22. $2x^2 y' - x^3 y'' = 2.$
23. $2xy' y'' = (y')^2 - 1.$	24. $(1 + x^2)y'' - 2x y' = x.$

25. $(1 + x^2)y'' + 2x y' = 12x^3$.	26. $x^2y'' - xy' + 1 = 0$.
27. $xy'' = (1 + 2x^2)y'$.	28. $xy'' + y' = x^2$.
29. $(x^2 + x)y'' - y' = 1$.	30. $y'' + 2y' = 4x$.

10. Найти решение задачи Коши.

1. $y'' = 1 - (y')^2, y(0) = 0, y'(0) = 2$.
2. $y'' = \sqrt{1 + (y')^2}, y(0) = 2, y'(0) = 0$.
3. $3y'y'' = 2y, y(0) = 1, y'(0) = 1$.
4. $y'' = e^{2y}, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
5. $y'' = 2\sin^3 y \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1$.
6. $y'' = \frac{1}{3}\sqrt{(1 + (y')^2)^3}, y(-2\sqrt{2}) = -1, y'(-2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$.
7. $3y'' = 2\sqrt{y'}, y(0) = 1, y'(0) = 1$.
8. $y'' = yy', y(1) = 0, y'(1) = 0.5$.
9. $y'' + 2\cos^3 y \sin y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
10. $y'' = y' \cos y, y(0) = \frac{\pi}{2}, y'(0) = 1$.
11. $y''y^3 + 36 = 0, y(0) = 3, y'(0) = 2$.
12. $yy'' = -(y')^2 - (y')^3, y(3) = 3, y'(3) = 0.5$.
13. $y^2y'' = (y')^3, y(0) = 1, y'(0) = 1$.
14. $y'' = \sqrt{1 - (y')^2}, y(0) = 2, y'(0) = 1$.
15. $yy'' = \frac{3}{2}(y')^2 + 2y^2, y(0) = 1, y'(0) = 1$.
16. $y'' = y' + (y')^2, y(-1) = 1, y'(-1) = e - 1$.
17. $yy'' + (y')^2 + 1 = 0, y(1) = 1, y'(31) = 0$.

18. $y'' = 8y^3, y(0) = 1, y'(0) = 2.$
19. $y^3 y'' + 1 = 0, y(1) = -1, y'(1) = -1.$
20. $4y^3 y'' = y^4 - 16, y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$
21. $2yy'' = 1 + (y')^2, y(0) = 2, y'(0) = 1.$
22. $yy'' + y = (y')^2, y(-1) = 1, y'(-1) = 1.$
23. $2y^3 y'' + 1 = 0, y(2) = 0.5, y'(2) = 1.5.$
24. $y^3 y'' + 4 = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2.$
25. $yy'' = y^2 y' + (y')^2, y(0) = 1, y'(0) = 2.$
26. $2yy'' + (y')^2 = 0, y(2) = 4, y'(2) = 1.$
27. $y^3 y'' = y^4 - 16, y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = \sqrt{2}.$
28. $y(y^2 + 1)y'' = (3y^2 - 1)(y')^2, y(0) = 1, y'(0) = -4.$
29. $yy'' = (y')^3 - (y')^2, y(0) = 1, y'(0) = 1.$
30. $y'' - 2\sin^3 y \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1.$

11. Найти общее решение или общий интеграл дифференциального уравнения.

1. $y''' x \ln x = y''.$	2. $xy''' + y'' = 1.$
3. $2xy''' = y''.$	4. $xy''' + y'' = x + 1.$
5. $xy''' + 2y'' = 1.$	6. $xy''' = 2y''.$
7. $x^3 y''' + x^2 y'' = 1.$	8. $y''' \operatorname{ctgx} + 2y'' = 0.$
9. $y''' \operatorname{tgx} = 2y''.$	10. $(1 + x^2)y''' + 2xy'' = 0.$
11. $xy''' + 2y'' = 0.$	12. $(1 + \cos x)y''' + y'' \sin x = 0.$
13. $x^5 y''' + x^4 y'' = 1.$	14. $x^5 y''' - x^4 y'' = 1.$
15. $x^2 y''' - xy'' + 1 = 0.$	16. $xy''' + y'' + x = 0.$
17. $(2 - \cos x)y''' - y'' \sin x = 0.$	18. $xy''' + y'' = \sqrt{x}.$

19. $y''' \operatorname{tg} x = y'' + 1.$	20. $y''' \operatorname{tg} 5x = 5y''.$
21. $(4 + x^2)y''' + 2xy'' = 0.$	22. $x^3y''' + x^2y'' = \sqrt{x}.$
23. $y''' \cos^2 x + y'' \sin 2x = 0.$	24. $(1 + x)y''' + y'' = 1 + x.$
25. $(1 + \sin x)y''' = y'' \cos x.$	26. $xy''' + y'' = \frac{1}{\sqrt{x}}$
27. $x^3y''' - 2x^2y'' = -2.$	28. $(1 - x^2)y''' = xy''.$
29. $x(1 + x^2)y''' = (x^2 - 1)y''.$	30. $y''' \sin^2 x - y'' \sin 2x = 0.$

12. Найти общее решение дифференциального уравнения.

1. $y''' - 3y'' + 7y' - 5y = 0.$	2. $y''' - 5y'' + 12y' - 8y = 0.$
3. $y''' - 5y'' + 9y' - 5y = 0.$	4. $y''' - y'' + 3y' + 5y = 0.$
5. $y''' - 3y'' + 4y' + 8y = 0.$	6. $y''' - 3y'' + y' + 5y = 0.$
7. $y''' + y'' + 3y' - 5y = 0.$	8. $y''' + 3y'' + 4y' - 8y = 0.$
9. $y''' + 3y'' + y' - 5y = 0.$	10. $y''' + 3y'' + 7y' + 5y = 0.$
11. $y''' + 5y'' + 12y' + 8y = 0.$	12. $y''' + 5y'' + 9y' + 5y = 0.$
13. $y''' - 3y'' + 4y' - 2y = 0.$	14. $y''' - y'' + 2y = 0.$
15. $y''' + y'' - 2y = 0.$	16. $y''' - 4y'' + 6y' - 4y = 0.$
17. $y''' - 2y'' - 4y = 0.$	18. $y''' - 4y'' + 9y' - 10y = 0.$
19. $y''' + y' - 10y = 0.$	20. $y''' - 6y'' + 13y' - 10y = 0.$
21. $y''' + 2y'' - 3y' - 10y = 0.$	22. $y''' - 6y'' + 16y' - 16y = 0.$
23. $y''' + 2y'' - 16y = 0.$	24. $y''' - 2y' + 4y = 0.$
25. $y''' + 4y'' + 6y' + 4y = 0.$	26. $y''' + y' + 10y = 0.$
27. $y''' + 4y'' + 9y' + 10y = 0.$	28. $y''' + 3y'' + 4y' + 2y = 0.$
29. $y''' + 6y'' + 13y' + 10y = 0.$	30. $y''' - 2y'' + 16y = 0.$

13. Найти общее решение дифференциального уравнения.

1. $y'' - 8y' + 17y = 3x + \sin 2x.$	2. $y'' + 2y' + y = e^x + \sin 2x + 5.$
--------------------------------------	---

3. $y'' - 9y' = (x^2 + 4)e^{3x}$.	4. $y'' - 5y' + 6y = (2x - 7)e^{-x}$.
5. $y'' + 5y' + 6y = 2 \cos 2x - \sin 2x$.	6. $y'' + 2y' + 2y = 5e^{-x}$.
7. $y'' + 2y' + 2y = 5x - 3 + 4 \sin x$.	8. $y'' - 3y' + 2y = 3x - 4$
9. $y'' - 2y' + 5y = 2xe^x - 3 \sin 2x$.	10. $y'' - 4y' + 5y = \cos x$.
11. $y'' - 2y' + 2y = 6xe^x$.	12. $y'' + 6y' + 9y = 10 \sin x$.
13. $y'' - 8y' + 17y = 4 \sin x$.	14. $y'' - 2y' - 3y = x^2 + 4x$.
15. $y'' + 6y' + 10y = 3x - 2 \cos x$.	16. $y'' + y = 4e^x$.
17. $y'' - 4y' + 4y = 2(x - \sin 2x)$.	18. $y'' - y' = xe^{2x}$.
19. $y'' - 4y' + 4y = 25e^{2x} \sin x$.	20. $y'' - 2y' + 5y = 5x^2 - 4x + 2$.
21. $y'' + 6y' + 13y = 26x - 1$.	22. $y'' - 2y' + 10y = x^2 + 8x$.
23. $y'' - 4y' + 3y = x^2 - e^{2x}$.	24. $y'' - 9y' = (x^2 + 3)e^{3x}$.
25. $y'' - 2y' + 5y = 2xe^x - \sin 2x$.	26. $y'' + y = 5e^x$.
27. $y'' - 4y' + 5y = 3 = 4x - \cos x$.	28. $y'' - 3y' + 2y = e^x \sin x$.
29. $y'' - 3y' - 4y = 3 \sin x$.	30. $y'' - 4y = 4xe^x$.

14. Найти решение задачи Коши.

1. $y'' - 4y' + 5y = 2e^{2x} \sin x$, $y(0) = 2, y'(0) = 8$.

2. $y'' - y' = 5x^2 - 2$, $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

3. $y'' + y = 2 \cos x$, $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

4. $y'' - 2y' + 5y = e^x \cos 2x$, $y(0) = 2, y'(0) = 2$.

5. $y'' - 4y' - 5y = 2x^2 e^{-x}$, $y(0) = 2, y'(0) = 2$.

6. $y'' - 4y' + 8y = 2e^{2x} \sin 2x$, $y(0) = 1, y'(0) = 0$.

7. $y'' - 6y' + 13y = xe^{3x} \sin 2x$, $y(0) = 2, y'(0) = 8$.

8. $y'' + 6y' + 10y = 2xe^{-3x} \cos x$, $y(0) = 1, y'(0) = 3$.

9. $y'' + y' - 2y = 5xe^x$, $y(0) = 0, y'(0) = -1$.

10. $y'' + 2y' + 10y = 2e^{-x} \cos 3x, \quad y(0) = 2, y'(0) = 2.$
11. $4y'' + 16y' + 15y = 4e^{-\frac{3x}{2}}, \quad y(0) = 3, y'(0) = -\frac{11}{2}.$
12. $y'' + 4y' + 13y = e^{-2x} \cos 3x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 2.$
13. $y'' - 4y' - 5y = 2xe^{-x}, \quad y(0) = 3, y'(0) = -1.$
14. $y'' - 4y' + 8y = 2e^{2x} \cos 2x, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0.$
15. $y'' - 3y' + 2y = e^x + 3\sin x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$
16. $y'' + 3y' + 2y = x + 4 - e^{-2x}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$
17. $y'' - 2y' + 5y = 1 + e^x \cos 2x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$
18. $y'' - 4y' + 3y = \sin 2x - 4e^x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 2.$
19. $y'' - y' = 1 - x + 4x^2, \quad y(0) = 0, y'(0) = -2.$
20. $y'' - 5y' = 3x - 2 + e^{5x}, \quad y(0) = 0, y'(0) = -3.$
21. $y'' - 8y' + 17y = x + e^{4x} \sin x, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0.$
22. $y'' + 3y' + 2y = xe^{-x} + 3, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$
23. $y'' + 4y' + 5y = 3e^{-2x} \sin x, \quad y(0) = 0, y'(0) = -2.$
24. $y'' - 9y = (x^2 + 1)e^{3x}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1.$
25. $y'' + y = 3x \sin x, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0.$
26. $y'' - 2y' + 5y = 3e^x \sin 2x, \quad y(0) = 0, y'(0) = 0.$
27. $y'' - 4y' + 5y = 4xe^{2x} \cos x, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0.$
28. $y'' - 4y' + 3y = x^2 - 3e^x + 3, \quad y(0) = 2, y'(0) = 1.$
29. $y'' - y = x^2 e^{-x}, \quad y(0) = 0, y'(0) = 0.$

$$30. y'' - 4y = xe^{2x}, \quad y(0) = 3, y'(0) = 1.$$

15. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$1. y'' - 4y' + 4y = f(x), \text{ где } f(x) = e^{-x}(x^2 - 2) \text{ или } f(x) = e^{2x}(3x + 1).$$

$$2. y'' - 2y' + y = f(x), \text{ где } f(x) = x^2 + 2x - 2 \text{ или } f(x) = e^x(3x - 1).$$

$$3. y'' - 6y' + 9y = f(x), \text{ где } f(x) = e^{-x}(12x - 7) \text{ или } f(x) = e^{3x}(x + 2).$$

$$4. y'' + 2y' + y = f(x), \text{ где } f(x) = e^{-x}(x + 3) \text{ или } f(x) = 5x^2e^{2x}.$$

$$5. y'' + 6y' + 9y = f(x), \text{ где } f(x) = e^{-3x}(x - 2) \text{ или } f(x) = x^2 + 2x - 3.$$

$$6. y'' + 2y' + y = f(x), \text{ где } f(x) = xe^x + 1 \text{ или } f(x) = e^{-x}(3 - x).$$

$$7. y'' + 4y' + 4y = f(x), \text{ где } f(x) = e^x(x^2 - 2) \text{ или } f(x) = e^{-2x}(x + 1).$$

$$8. y'' - 2y' + y = f(x), \text{ где } f(x) = x^2 - x + 2 \text{ или } f(x) = e^x(x + 1).$$

$$9. y'' - 8y' + 16y = f(x), \text{ где } f(x) = e^{2x}(2x^2 + 1) \text{ или } f(x) = e^{4x}(x - 2).$$

$$10. y'' + 2y' + y = f(x), \text{ где } f(x) = 2x^2 - x + 3 \text{ или } f(x) = e^{-x}(x - 2).$$

$$11. y'' - 2y' + y = f(x), \text{ где } f(x) = e^{2x}(x - 1) + x^2 \text{ или } f(x) = e^{2x}(3x + 1).$$

$$12. y'' + 8y' + 16y = f(x), \text{ где } f(x) = e^{-x}(x^2 - 2) \text{ или } f(x) = e^{-4x}(x + 2) + 1.$$

13. $y'' + 4y' + 4y = f(x)$, где $f(x) = e^x(x + 1) - 2x$ или $f(x) = e^{-2x}(1 - 4x)$.

14. $y'' - 6y' + 9y = f(x)$, где $f(x) = xe^{4x} - 1$ или $f(x) = e^{3x}(2x + 1)$.

15. $y'' + 8y' + 16y = f(x)$, где $f(x) = x^2 + 3x - 1$ или $f(x) = e^{-4x}(2 - x)$.

16. $y'' + 6y' + 9y = f(x)$, где $f(x) = e^x(x^2 - 2) + x$ или $f(x) = e^{-3x}(3x + 1)$.

17. $y'' - 6y' + 9y = f(x)$, где $f(x) = xe^x + 1$ или $f(x) = e^{3x}(2x + 1)$.

18. $y'' + 2y' + y = f(x)$, где $f(x) = e^x(x - 1) + 2x$ или $f(x) = e^{-x}(1 - 2x)$.

19. $y'' - 2y' + y = f(x)$, где $f(x) = e^{-x}(12x - 7)$ или $f(x) = e^{3x}(x + 2)$.

20. $y'' + 4y' + 4y = f(x)$, где $f(x) = e^{2x}(x - 1) + x^2$ или $f(x) = e^{-2x}(2x + 1)$.

21. $y'' - 10y' + 25y = f(x)$, где $f(x) = e^x(3 - x^2)$ или $f(x) = e^{5x}(x - 2)$.

22. $y'' - 2y' + y = f(x)$, где $f(x) = x^2 - x + 3$ или $f(x) = e^x(2 + x)$.

23. $y'' - 6y' + 9y = f(x)$, где $f(x) = e^x(x^2 + 1)$ или $f(x) = e^{3x}(2x + 1)$.

24. $y'' + 8y' + 16y = f(x)$, где $f(x) = xe^x + x^2$ или $f(x) = e^{-4x}(2 - x)$.

25. $y'' - 2y' + y = f(x)$, где $f(x) = e^{2x}(x - 1) + x^2$ или $f(x) = e^{3x}(3x + 2)$.

26. $y'' + 4y' + 4y = f(x)$, где $f(x) = e^x(x - 2) + x^2$ или $f(x) = e^{-2x}(3 - x)$.

27. $y'' + 4y' + 4y = f(x)$, где $f(x) = 2x^2 - x + 4$ или $f(x) = e^{-2x}(x - 2) + \sin x$.

28. $y'' + 2y' + y = f(x)$, где $f(x) = e^{2x} + x^2$ или $f(x) = e^{-x}(x + 3)$.

29. $y'' - 6y' + 9y = f(x)$, где $f(x) = e^x(x - 1) + x^2$ или $f(x) = e^{3x}(2x + 1)$.

30. $y'' + 2y' + y = f(x)$, где $f(x) = xe^{2x} + x^2$ или $f(x) = e^{-x}(2x + 3)$.

16. Найти общее решение дифференциального уравнения.

1. $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{1 + e^x}$.	2. $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$.
3. $y'' + y = \frac{2}{\cos^3 x}$.	4. $y'' + 4y = 2\operatorname{tg}x$.
5. $y'' + 2y' + y = 3e^{-x}\sqrt{x + 1}$.	6. $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{e^x - 1}$.
7. $y'' + y = \operatorname{ctg}^2 x$.	8. $y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x}$.
9. $y'' + 2y' + y = \frac{2e^{-x}}{x}$.	10. $y'' + 9y = \operatorname{tg}^2 3x$.
11. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{1 + x^2}$.	12. $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{1 - e^x}$.
13. $y'' + y' = \frac{e^x}{1 + e^x}$.	14. $y'' - y' = \frac{e^{2x}}{\sqrt{1 - e^{2x}}}$.
15. $y'' + 9y = \frac{1}{\cos 3x}$.	16. $y'' - 8y' + 16y = \frac{e^{4x}}{x}$.
17. $y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}$.	18. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}$.
19. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$.	20. $y'' + 4y = \operatorname{ctg}^2 2x$.

21. $y'' + y' = \frac{1}{e^x - 1}$.	22. $y'' + y = \operatorname{ctg}x$.
23. $y'' + 2y' = \frac{1}{1 + e^{2x}}$.	24. $y'' + y = 2\operatorname{ctg}x$.
25. $y'' + 4y = 8\operatorname{ctg}2x$.	26. $y'' + 2y' + y = \frac{3e^{-x}}{x}$.
27. $y'' + 9y = \frac{9}{\cos 3x}$.	28. $y'' + 3y' = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{3x}}$.
29. $y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{1 + e^{-2x}}$.	30. $y'' - 9y' + 18y = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{-3x}}$.

17. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений.

1. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y + 2e^t, \\ \dot{y} = x + 2y - 3e^{4t}. \end{cases}$	2. $\begin{cases} \dot{x} = y - 5 \cos t, \\ \dot{y} = 2x + y. \end{cases}$
3. $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y, \\ \dot{y} = x - 5 \sin t. \end{cases}$	4. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y, \\ \dot{y} = 2x - y + 1. \end{cases}$
5. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 4y, \\ \dot{y} = x - 3y + 3e^t. \end{cases}$	6. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = y - 2x + 18t. \end{cases}$
7. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - 4y + e^{-2t}, \\ \dot{y} = x - 2y - 3e^{-2t}. \end{cases}$	8. $\begin{cases} \dot{x} = 2y - x - 2 \cos t, \\ \dot{y} = 4y - 3x + \sin t. \end{cases}$
9. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = 2y - x - 5e^t \sin t. \end{cases}$	10. $\begin{cases} \dot{x} = 5y - x, \\ \dot{y} = y - x + 8t. \end{cases}$
11. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y + 5t, \\ \dot{y} = 3x + 2y + 8e^t. \end{cases}$	12. $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y + 4e^{5t}, \\ \dot{y} = x + 2y. \end{cases}$
13. $\begin{cases} \dot{x} = 4x - 3y + \sin t, \\ \dot{y} = 2x - y - 2 \cos t. \end{cases}$	14. $\begin{cases} \dot{x} = x + y + 1 + e^t, \\ \dot{y} = 3x - y. \end{cases}$
15. $\begin{cases} \dot{x} = -x + 3y, \\ \dot{y} = x + y + 1 + e^t. \end{cases}$	16. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y + 4 \sin t + 2 \cos t, \\ \dot{y} = x - 2y + 2 \sin t. \end{cases}$
17. $\begin{cases} \dot{x} = 4x + y - e^{2t}, \\ \dot{y} = y - 2x. \end{cases}$	18. $\begin{cases} \dot{x} = x - y + 8t, \\ \dot{y} = 5x - y. \end{cases}$
19. $\begin{cases} \dot{x} = y + 2e^t, \\ \dot{y} = -x + 2y. \end{cases}$	20. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = x + 2e^t. \end{cases}$
21. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y, \\ \dot{y} = x - 2y + 2 \sin t. \end{cases}$	22. $\begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y + 2e^{3t}, \\ \dot{y} = x + y + 5e^{-t}. \end{cases}$

23. $\begin{cases} \dot{x} = 2y - x + 1, \\ \dot{y} = 3y - 2x. \end{cases}$	24. $\begin{cases} \dot{x} = -3x + y + 3e^t, \\ \dot{y} = -4x + 2y. \end{cases}$
25. $\begin{cases} \dot{x} = y + 2e^t, \\ \dot{y} = x + t^2. \end{cases}$	26. $\begin{cases} \dot{x} = -3x + 4y + 4e^t, \\ \dot{y} = 3x - 4y + 6e^t. \end{cases}$
27. $\begin{cases} \dot{x} = y + 2e^t, \\ \dot{y} = x + t^2. \end{cases}$	28. $\begin{cases} \dot{x} = 6x + 3y, \\ \dot{y} = 4x + 2y - 8. \end{cases}$
29. $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 2y, \\ \dot{y} = 2x + y + 16te^t. \end{cases}$	30. $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 16te^t, \\ \dot{y} = 2x - 2y. \end{cases}$

18. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений

$\dot{x} = Ax$, где $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, $x = (x_1, x_2, x_3)^T$.

1. $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$.	2. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.
3. $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.	4. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.
5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.	6. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.
9. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.	10. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.
11. $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.	12. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.
13. $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.	14. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.
15. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.	16. $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 4 \\ 6 & 5 & -6 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.
17. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 12 & -4 & -12 \\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.	18. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$19.A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$	$20.A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & -6 \\ -2 & -3 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$
$21.A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$	$22.A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 4 & 4 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$
$23.A = \begin{pmatrix} 3 & 12 & -4 \\ -1 & -3 & 1 \\ -1 & -12 & 6 \end{pmatrix}.$	$24.A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 6 & -6 & 5 \end{pmatrix}.$
$25.A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$	$26.A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$
$23.A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$	$24.A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 6 \end{pmatrix}.$
$27.A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & -2 \\ -6 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$	$28.A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 12 & 3 & -4 \\ -12 & -1 & 6 \end{pmatrix}.$
$29.A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$	$30.A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -6 & 5 & 6 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$

19. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = Ax, \text{ где } \dot{x} = \frac{dx}{dt}, x = (x_1, x_2, x_3)^T.$$

$1.A = \begin{pmatrix} 21 & -8 & -19 \\ 18 & -7 & -15 \\ 16 & -6 & -15 \end{pmatrix}.$	$2.A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$
$3.A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$	$4.A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$
$5.A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & -4 \end{pmatrix}.$	$6.A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & -4 \end{pmatrix}.$
$7.A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$	$8.A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$
$9.A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$	$10.A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 4 & -4 \end{pmatrix}.$

$11.A = \begin{pmatrix} -15 & 16 & -6 \\ -19 & 21 & -8 \\ -15 & 18 & -7 \end{pmatrix}.$	$12.A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$
$13.A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$	$14.A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$
$15.A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & -4 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$	$16.A = \begin{pmatrix} 21 & -19 & -8 \\ 16 & -15 & -6 \\ 18 & -15 & -7 \end{pmatrix}.$
$17.A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$	$18.A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$
$19.A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$	$20.A = \begin{pmatrix} -4 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$
$21.A = \begin{pmatrix} -7 & 18 & -15 \\ -8 & 21 & -19 \\ -6 & 16 & -15 \end{pmatrix}.$	$22.A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$
$23.A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$	$24.A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$
$25.A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 4 & -4 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$	$26.A = \begin{pmatrix} -15 & -6 & 16 \\ -15 & -7 & 18 \\ -19 & -8 & 21 \end{pmatrix}.$
$27.A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$	$28.A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$
$29.A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$	$30.A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -5 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$

20. Применяя дифференциальные уравнения, решить задачу прикладного характера.

1. Найти кривую, проходящую через начало координат, наклон которой в любой точке равен сумме утроенной ординаты этой кривой.

2. Найти линию, проходящую через точку $A(1; 2)$, у которой отрезок касательной от точки касания до точки пересечения с осью абсцисс делится осью ординат пополам.

3. Найти кривую, проходящую через точку $A(2; 1)$, у которой подкасательная равна среднему арифметическому координат точки касания.

. Подкасательной называют отрезок между точкой пересечения касательной с осью абсцисс и проекции точки на эту ось.

4. Найти кривые, у которых точка пересечения любой касательной с осью Ox имеет абсциссу, вдвое меньшую абсциссы точки касания.

5. Найти кривые, у которых отрезок MT касательной (точка $M(x; y)$ принадлежит и кривой и касательной) от точки касания до пересечения с осью Ox равен длине отрезка OT (точка O есть $O(0; 0)$) оси Ox .

6. Температура воздуха постоянна и равна $T = 20^\circ\text{C}$. Тело в течение $t = 20$ мин охладилось от 100°C до 60°C . Найти закон изменения температуры в зависимости от времени и определить, через сколько времени температура упомянутого тела понизится до 30°C , если процесс охлаждения проходит по закону Ньютона.

7. Заполненный водой радиатор автомобиля «закипел» ($T = 100^\circ\text{C}$). Сколько времени необходимо ждать водителю, чтобы температура радиатора стала только на 5°C выше температуры воздуха 20°C , если до 80°C охлаждение прошло за 20 мин? Процесс охлаждения проходит по закону Ньютона.

8. Заполненный антифризом радиатор автомобиля «закипел» ($T = 125^\circ\text{C}$). Сколько времени необходимо ждать водителю, чтобы температура радиатора на 2°C была выше температуры воздуха (25°C), если он обнаружил, что на охлаждение до 85°C потребовалось 45 мин? Процесс охлаждения проходит по закону Ньютона.

9. Заполненный водой радиатор автомобиля «закипел» ($T = 100^\circ\text{C}$). Сколько времени необходимо ждать водителю, чтобы тем-

пература радиатора стала только на 2°C выше температуры воздуха, если экспериментально установлено, что коэффициент пропорциональности в законе охлаждения Ньютона равен $k = -0,07$ град/мин и температура окружающей среды равна 18°C ?

10. Заполненный антифризом радиатор автомобиля «закипел» ($T = 125^{\circ}\text{C}$). За сколько времени радиатор охладится до температуры 30°C , если найденный экспериментально коэффициент пропорциональности в законе охлаждения Ньютона равен $k = -0,1$ град/мин, а температура воздуха в этот день составляла 25°C ?

11. Сколько потребуется времени для того, чтобы тело, нагретое до 100°C , охладилось до 25°C в помещении с температурой 20°C , если для охлаждения до 60°C потребовалось 10 минут? Процесс охлаждения проходит по закону Ньютона.

12. После проведения собрания воздух в зале вместительностью 10800 м^3 содержит $0,12\%$ CO_2 . Сколько м^3 воздуха, содержащего $0,04\%$ CO_2 , надо ежеминутно доставлять в зал, чтобы по истечении 10 минут содержание углекислоты в нем было $0,06\%$ CO_2 ?

13. В воздухе комнаты объемом 200 м^3 содержится $0,15\%$ CO_2 . Вентилятор подает в минуту 20 м^3 воздуха, содержащего $0,04\%$ CO_2 . Через какое время количество углекислого газа CO_2 уменьшится втрое?

14. В резервуаре объемом 100 л находится рассол, содержащий 10 кг растворенной соли. В резервуар втекает вода со скоростью 2 л/мин, а смесь вытекает с такой же скоростью, причем концентрация поддерживается равномерной. Сколько соли останется в растворе по истечении 50 минут?

15. Сосуд объемом в 20 л содержит воздух (80% азота и 20% кислорода). В сосуд втекает 0,1 л азота в секунду, который непрерывно перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Через сколько времени в сосуде будет 99% азота?

16. В баке находится 100 л раствора, содержащего 10 кг соли. В бак непрерывно подается вода (5 л в минуту), которая перемешивается

вается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с той же скоростью, с которой поступает вода. Сколько соли останется в баке через час?

17. Вывести формулу для времени опорожнения заполненной водой цистерны, имеющей вид параллелепипеда $a \times b \times c$, в центре основания $a \times b$, которой имеется круглое отверстие диаметром d . Вычислить время опорожнения для цистерны с размерами $a = 1$ м, $b = 2$ м, $c = 1,5$ м, $d = 0,05$ м.

18. В условиях предыдущей задачи считать, что основанием цистерны с круглым отверстием в центре является грань $b \times c$. Найти, как соотносятся времена опорожнения цистерны, если диаметр отверстия брать равным $d = 0,05$ м; $0,075$ м; $0,1$ м.

19. Вывести формулу для времени опорожнения заполненной керосином железнодорожной цистерны длиной L и диаметром D через короткий сливной патрубок (коэффициент расхода μ), площадь поперечного сечения которого равна s . Расчеты выполнить для данных $L = 12$ м; $D = 2,6$ м; $s = 0,01$ м²; $\mu = 0,5$. Как изменится время опорожнения, если увеличить площадь поперечного сечения патрубка в полтора раза?

20. Круглый цилиндрический бак с вертикальной осью диаметром D , высотой H наполнен водой. Вывести формулу для времени опорожнения бака через круглое отверстие диаметром d . Вычислить время опорожнения для данных: $D = 1$ м; $H = 1,5$ м; $d = 0,01$ м; $\mu = 0,62$. Как изменится время опорожнения, если диаметр круглого отверстия увеличить в два раза; в три раза?

21. Заполненный водой резервуар имеет вид опрокинутого усеченного конуса: большее (верхнее) основание D_1 , меньшее (нижнее) основание D_2 , высота H . В центре нижнего основания имеется круглое отверстие диаметром d . Вывести формулу для времени T опорожнения резервуара и найти пределы: $\lim_{d \rightarrow D_2} T$ и $\lim_{D_2 \rightarrow d} T$. Проанализировать полученные результаты.

22. Цилиндрический резервуар с вертикальной осью имеет 6 м высоты и 4 м в диаметре. За какое время спирт, заполняющий ре-

зервуар, вытечет из него через круглое отверстие радиуса $1/12$ м, сделанное на дне?

23. Моторная лодка движется в стоячей воде со скоростью $v_0 = 20$ км/ч. На полном ходу ее мотор выключается и через 40 сек после этого скорость лодки уменьшается до $v_1 = 8$ км/ч. Сопротивление воды пропорционально скорости лодки. Определить скорость лодки через 2 минуты после остановки мотора.

24. Парашютист прыгнул с высоты 1,5 км, а раскрыл парашют на высоте 0,5 км. Сколько времени он падал до раскрытия парашюта? Известно, что предельная скорость падения человека в воздухе составляет 50 м/с. Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости (ускорение свободного падения $g = 9,81$ м/сек²).

25. Ракета отправлена вертикально вверх со скоростью $v_0 = 100$ м/с. Сопротивление воздуха пропорционально с коэффициентом k квадрату скорости. Определить зависимость от k времени достижения ракетой наивысшего положения. (Ускорение свободного падения $g = 9,81$ м/сек²)

26. Тело совершает 45 колебаний в минуту, амплитуда колебаний уменьшается втрое в течение 20 сек. Составить дифференциальное уравнение, описывающее движение тела.

27. 1) Получить явный вид, типа (6.4), дифференциальных уравнений вынужденных колебаний груза с массой $m = 4$, если коэффициенты сопротивления и жесткости пружины соответственно равны $\lambda = 2, k = \frac{1}{2}$, начальные условия $y_0 = 1, \dot{y}_0 = \frac{7}{4}$, а также $a = \frac{7}{4}, \omega_{\text{нерез.}} = \sqrt{2}$.

2) Вычислив корни характеристического уравнения полученного дифференциального уравнения, найти (положив $p = \frac{\lambda}{m} = 0$) собственную частоту β и по ней определить $\omega_{\text{рез.}}$, при которой наступает резонанс.

3) Получить явный вид решения при наличии сопротивления, тип (6.5), $p \neq 0$, а затем в отсутствии сопротивления ($p = 0$) явный вид

нерезонансного, тип (6.6), и резонансного, тип (6.7), решений (размерность приведенных коэффициентов считаем согласованной).

28. Решить задачу 27, если $m = 3, k = \frac{1}{4}, \lambda = 1, y_0 = 2,$

$$\dot{y}_0 = \frac{1}{2}, a = \frac{5}{3}, \omega_{\text{нерез.}} = 1.$$

29. Решить задачу 27, если $m = 2, k = 3, \lambda = 2, y_0 = 1,$

$$\dot{y}_0 = \frac{1}{4}, a = \frac{3}{2}, \omega_{\text{нерез.}} = 2.$$

30. При каком условии относительно ω общее решение дифференциального уравнения $\ddot{y} + y = \sin \omega t$ не будет иметь векового члена? (В небесной механике *вековым членом* называется выражение, имеющее вид произведения некоторой степени t и периодической функции (синуса или косинуса).)