



НМО СПС МАДИ (ГТУ)  
Современные  
Педагогические  
Системы

## Расчетно-графическая работа 3.1

по высшей математике

для студентов 2-го курса  
(1-й семестр)

## Дифференциальные уравнения

Москва 2015

## Расчетно-графическая работа N 3.1 Дифференциальные уравнения

1. Найти решение дифференциального уравнения с начальным условием.

1.  $y' = e^{x+y}$ ,  $y(0) = 0$ .
2.  $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$ ,  $y(0) = 2$ .
3.  $y' = \frac{1}{1 + \sqrt{x}}$ ,  $y(0) = 1$ .
4.  $y' = y^2 + 1$ ,  $y(0) = 1$ .
5.  $y' = x \cos x$ ,  $y(0) = 4$ .
6.  $yy' = \sqrt{1 + y^2}$ ,  $y(0) = \sqrt{3}$ .
7.  $y' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$ ,  $y(5) = 0$ .
8.  $y' = \sin y$ ,  $y(2) = \frac{\pi}{2}$ .
9.  $y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ,  $y(0) = 1,5$ .
10.  $y' = 4y^2$ ,  $y(0) = 1$ .
11.  $y' = \frac{1}{x^2 - 1}$ ,  $y(2) = 0$ .
12.  $y' = y \cdot \ln y$ ,  $y(1) = 2$ .
13.  $yy' = y + 1$ ,  $y(2) = 0$ .
14.  $y' = \sin^3 x$ ,  $y(\frac{\pi}{2}) = 1$ .
15.  $y' = \sqrt{y+3}$ ,  $y(0) = 1$ .
16.  $y' = \ln x$ ,  $y(1) = -3$ .
17.  $y' = \frac{1}{\sin x}$ ,  $y(\frac{\pi}{2}) = -1$ .
18.  $y' = y^2 + y$ ,  $y(0) = 2$ .
19.  $y' = \operatorname{sh} x$ ,  $y(0) = 3$ .
20.  $y' = y\sqrt{y}$ ,  $y(0) = 4$ .
21.  $y' = 2xe^{-x^2}$ ,  $y(0) = 1$ .
22.  $y' = \frac{\ln x}{x} + 1$ ,  $y(1) = -1,5$ .
23.  $y' = \frac{y^2 + 1}{y^2}$ ,  $y(0) = 1$ .
24.  $y' = y^2 + 2y + 5$ ,  $y(1) = 1$ .
25.  $y' = \sqrt{x+9}$ ,  $y(0) = 0$ .
26.  $y' = \frac{-x}{y}$ ,  $y(1) = 2$ .
27.  $y' = \operatorname{arctg} x$ ,  $y(0) = 1$ .
28.  $y' = \frac{-y}{x}$ ,  $y(1) = 3$ .
29.  $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ ,  $y(0) = 1$ .
30.  $y' = \frac{y}{1-x^2}$ ,  $y(0) = -2$ .

2. Найти общее решение уравнения.

1.  $x^2 y^2 y' + 1 = y$ .
2.  $x \cdot \sqrt{1-y^2} dx + y \cdot \sqrt{1-x^2} dy = 0$ .
3.  $xy dx + (x+1) dy = 0$ .
4.  $(xy^2 + x) dx + (y - x^2 y) dy = 0$ .
5.  $dx - x\sqrt{1-x^2} dy = 0$ .
6.  $\sin x \cdot \sin y \cdot dx + \cos x \cdot \cos y \cdot dy = 0$ .
7.  $(1+y^2) dx = xy dy$ .
8.  $(1+y^2)(e^{2x} dx - e^y dy) - (1+y) dy = 0$ .
9.  $dy - e^{x-y} dx = 0$ .
10.  $x + xy + yy'(1+x) = 0$ .
11.  $e^{-y}(1+y') = 1$ .
12.  $(y^2 + xy^2) dx + (x^2 - yx^2) dy = 0$ .
13.  $x^5 y' + y = 0$ .
14.  $y^2 y' + 2x - 1 = 0$ .
15.  $\sqrt{1+y^2} dx - xy dy = 0$ .
16.  $y' \operatorname{tg} x - y = 3$ .
17.  $(x^2 - 1)y' + 2xy^2 = 0$ .
18.  $\sin y \cos x dx = \cos y \sin x dy$ .
19.  $2x\sqrt{1-y^2} dx + y dy = 0$ .
20.  $\sqrt{1-y^2} dx + y\sqrt{1-x^2} dy = 0$ .



$$\begin{array}{ll}
 21. 2x^2yy' = 2 - y^2. & 22. (1+x^2)y' + y\sqrt{1+x^2} = xy. \\
 23. xy' + y = y^2. & 24. (1+x)dy + (1-y)dx = 0. \\
 25. y' = 2\sqrt{y} \ln x. & 26. x^2y' - \cos 2y = 1. \\
 27. (1+y^2)dx = x^3ydy. & 28. yy' - e^{x+y} = 0. \\
 29. x^2y' \cos y + 1 = 0. & 30. x^3y' - \cos y = 1.
 \end{array}$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$\begin{array}{ll}
 1. xy' = y - xe^{y/x}. & 2. x^2y' + y^2 + 13xy + 49x^2 = 0. \\
 3. (y + \sqrt{xy})dx = xdy. & 4. (x-y)dx + (x+y)dy = 0. \\
 5. xy' = xe^{y/x} + y. & 6. xy' - y = (x+y) \ln \frac{x+y}{x}. \\
 7. 2x^3y' = y(2x^2 - y^2). & 8. x^2y' = 5xy - 4x^2 - y^2. \\
 9. (x^2 + y^2)y' = 2xy. & 10. x^2y' = 17xy - 64x^2 - y^2. \\
 11. (y^2 - 2xy)dx + x^2dy = 0. & 12. x^2y' + y^2 + 11xy + 36x^2 = 0. \\
 13. xy' = y + xe^{-y/x}. & 14. xy' = 3y - 2x - 2\sqrt{xy - x^2}. \\
 15. 2xyy' + x^2 = y^2. & 16. xdy = y(\ln y - \ln x)dx. \\
 17. x^2y' = y^2 - 3xy + 4x^2. & 18. y' = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2}. \\
 19. xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y. & 20. x^2y' = 6x^2 + 6xy + y^2. \\
 21. x^2y' = 9x^2 - 5xy + y^2. & 22. (x-y)dx + (2y-x)dy = 0. \\
 23. xdy = (x+y)dx. & 24. (5y-3x)dx - (5x+3y)dy = 0. \\
 25. y' = \frac{x+2y}{2x-y}. & 26. x^2y' = 13xy - 36x^2 - y^2. \\
 27. x^2y' = y^2 - 7xy + 16x^2. & 28. x^2 + 2xy - y^2 + (y^2 + 2xy - x^2)y' = 0. \\
 29. y' = \frac{x+y}{x-y}. & 30. (y^2 + 2xy - x^2)dy = (y^2 - 2xy - x^2)dx.
 \end{array}$$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$\begin{array}{ll}
 1. xy' = 3y - x. & 2. y' = \frac{3}{x}y + \frac{2}{x^3}. \\
 3. y' = y + e^{3x}. & 4. y' - \frac{y}{\operatorname{tg} x} = \frac{\sin x}{\sqrt{4-x^2}}. \\
 5. xy' + x^3 - y = 0. & 6. y' - y = \frac{x}{2}. \\
 7. xy' = x^4 + 2y. & 8. xy' - 2y = x^3 \operatorname{tg} x. \\
 9. (xy' - 1) \ln x = 2y. & 10. y' - 2xy = x. \\
 11. y' - y \operatorname{th} x = \frac{1}{\operatorname{ch} x}. & 12. xy' + y - e^x = 0. \\
 13. xy' = y + x^2 \operatorname{ch} x. & 14. y' + \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}. \\
 15. xy' = x + y. & 16. y' + y = e^{2x}. \\
 17. 2xy' = 2x + y. & 18. x(y' - y) = e^x.
 \end{array}$$

$$19. y' + y = \cos x.$$

$$20. y' = 3x - \frac{y}{x}.$$

$$21. y' + y \operatorname{tg} x = \frac{\cos x}{\sqrt{x^2+5}}.$$

$$22. xy' - 4y = \frac{x^4}{\sqrt{\ln x}}.$$

$$23. y' + \frac{1-2x}{x^2}y = 1.$$

$$24. xy' - 5y = \frac{x^6}{x^2+2}.$$

$$25. xy' + y - \ln x = 0.$$

$$26. y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x.$$

$$27. xy' + x^3 + y = 0.$$

$$28. y' - y = x^2.$$

$$29. xy' + y = \frac{1}{\tan^2 x}.$$

$$30. x \ln xy' - y = \frac{x(\ln x)^2}{x^3-3}.$$

5. Найти частное решение уравнения в полных дифференциалах.

$$\begin{array}{ll}
 1. x(2+3y)dx + (x^3-3y^2)dy=0, & y(0)=1. \\
 2. 2xydx + (x^2-y^2)dy=0, & y(0)=-1. \\
 3. x(2-9xy^2)dx - y(6x^3-4y^2)dy=0, & y(0)=1. \\
 4. e^{-y}dx - (xe^{-y}+2y)dy=0, & y(0)=-1. \\
 5. (4x^3-3y)dx + (4-3x)dy=0, & y(1)=0. \\
 6. x(2x^2-y^2)dx - y(x^2-2y^2)dy=0, & y(0)=-1. \\
 7. e^y dx + (xe^y-2y)dy=0, & y(0)=-1. \\
 8. yx^{y-1}dx + x^y \ln x dy=0, & y(e)=1. \\
 9. yx dx + (0.5x^2 + \ln y)dy=0, & y(1)=1. \\
 10. 3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 2)dy=0, & y(2)=0. \\
 11. x(2x^2+y^2)dx + y(x^2+2y^2)dy=0, & y(0)=-1. \\
 12. 3x(x+2y^2)dx + 2y(3x^2+2y^2)dy=0, & y(0)=1. \\
 13. (7x^2-2x-y)dx + (x^2-2y^2)dy=0, & y(0)=-1. \\
 14. (x^2 \cos 3y-2)dx - x^3 \sin 3y dy=0, & y(1)=0. \\
 15. e^{-y} dx + (1-xe^{-y})dy=0, & y(1)=0. \\
 16. 2x \operatorname{tg} y dx + x^2 \frac{1}{\cos^2 y} dy=0, & y(1)=0. \\
 17. (3x^2+2y)dx + (2x-5)dy=0, & y(1)=0. \\
 18. e^x (y+y^2)dx + (1+2y)(1+e^x)dy=0, & y(1)=1. \\
 19. (3x^2y-4xy^2)dx + (x^3-4x^2y+12y^3)dy=0, & y(1)=1. \\
 20. y^3 \cos^2 dx - y^2 \operatorname{tg} 3x dy=0, & y(0)=1. \\
 21. 3x^2(1+\ln y)dx + (x^3 \frac{1}{y} - 2y)dy=0, & y(1)=1. \\
 22. (x \cos 2y + 1)dx - x^2 \sin 2y dy=0, & y(2)=0. \\
 23. (1-e^{-2x}y^2)dx + ye^{-2x} dy=0, & y(0)=-1.
 \end{array}$$



24.  $(1+y^2 \sin 2x) dx - 2y \cos^2 x dy = 0, \quad y(0) = 1.$   
 25.  $y(2x^2 + y^2) dx + x(3y^2 + x^2) dy = 0, \quad y(1) = 0.$   
 26.  $(10xy - 8y + 1) dx + (5x^2 - 8x + 3) dy = 0, \quad y(0) = 0.$   
 27.  $2x \cos^2 y dx - (2y - x^2 \sin 2y) dy = 0, \quad y(0) = 0, 25\pi.$   
 28.  $(3x^2 + 6x^2 y + 3xy^2) dx + (2x^3 + 3x^2 y) dy = 0, \quad y(0) = 0.$   
 29.  $(\sin 2x - 2 \cos(x+y)) dx - 2 \cos(x+y) dy = 0, \quad y(0) = 0.$   
 30.  $(3x^2 \cos 3y - 2) dx - 3x^3 \sin 3y dy = 0, \quad y(2) = 0.$

6. Найти общее решение дифференциального уравнения.

- |   |                                    |                                       |
|---|------------------------------------|---------------------------------------|
| 1. $y' + \frac{1}{1-x} y = x\sqrt{y}$               | 2. $y' + 2y = y^2 e^x.$            | 3. $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{2y}$  |
| 4. $y' + 2xy = 2x^3 y^3.$                           | 5. $y' = \frac{3y^2 - x}{x}$       | 6. $y' + 2y - 4xy^2 = 0.$             |
| 7. $xy' = 4y + yx\sqrt{x}$                          | 8. $y' - 3\frac{y}{x} = y\sqrt{x}$ | 9. $y' - y = (xy)^2.$                 |
| 10. $y' - 3y + xy^3 = 0.$                           | 11. $y'(y'+y) = x.$                | 12. $y' - 2xy = 3x^3 y^2.$            |
| 13. $y' - \frac{y \cos x}{2} = \frac{3 \cos x}{2y}$ | 14. $y' + \frac{y}{x+1} + y^2 = 0$ | 15. $y^2(y'+y) = x.$                  |
| 16. $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0.$  | 17. $y' = 4y + x\sqrt{y}$          | 18. $y' + 2xy = 2(xy)^3.$             |
| 19. $xy' + y = y^2 \ln x.$                          | 20. $xy - 4y - x^2 \sqrt{y}$       | 21. $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{2y}$ |
| 22. $y' = y(x+y).$                                  | 23. $3xy' + xy^2 + 2y = 0.$        | 24. $xy - 2x^2 \sqrt{y} = 4y$         |
| 25. $y' + 2y = xy^2.$                               | 26. $y(y'+y) = x^2.$               | 27. $y' + 2y = y^2 e^x.$              |
| 28. $y' - y = xy^2.$                                | 29. $xy' = 4y + x^2 \sqrt{y}$      | 30. $3(xy'+y) = y^2 \ln x.$           |

7. Решить данное уравнение аналитически и построить решение задачи Коши  $y' = px + my, y(0) = 0$  методом Эйлера на отрезке  $[0; 2]$  с шагом 0,4.

- |                    |                     |                     |
|--------------------|---------------------|---------------------|
| 1. $(n=1; m=1).$   | 7. $(n=-2; m=1).$   | 13. $(n=1; m=2).$   |
| 2. $(n=-1; m=1).$  | 8. $(n=-2; m=-1).$  | 14. $(n=-1; m=2).$  |
| 3. $(n=1; m=-1).$  | 9. $(n=3; m=1).$    | 15. $(n=1; m=-2).$  |
| 4. $(n=-1; m=-1).$ | 10. $(n=3; m=-1).$  | 16. $(n=-1; m=-2).$ |
| 5. $(n=2; m=1).$   | 11. $(n=-3; m=1).$  | 17. $(n=1; m=3).$   |
| 6. $(n=2; m=-1).$  | 12. $(n=-3; m=-1).$ | 18. $(n=-1; m=3).$  |

- |                     |                     |                     |
|---------------------|---------------------|---------------------|
| 19. $(n=1; m=-3).$  | 23. $(n=4; m=-1).$  | 27. $(n=2; m=-3).$  |
| 20. $(n=-1; m=-3).$ | 24. $(n=-4; m=-1).$ | 28. $(n=-2; m=-3).$ |
| 21. $(n=4; m=1).$   | 25. $(n=2; m=3).$   | 29. $(n=3; m=2).$   |
| 22. $(n=-4; m=1).$  | 26. $(n=-2; m=3).$  | 30. $(n=-3; m=2).$  |

8. Найти решение задачи Коши.

- $y'' = x + \frac{1}{x^3}, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = -1.$
- $y'' = e^x, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 2.$
- $y'' = \cos x, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 5.$
- $y'' = \frac{1}{1+x^2}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$
- $y'' = \operatorname{sh} x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3.$
- $y'' = 0, \quad y(-1) = 4, \quad y'(-1) = 3.$
- $y'' = e^{-2x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3.$
- $y'' = \frac{x^2}{1+x^2}, \quad y(0) = -2, \quad y'(0) = -4.$
- $y'' = 3 \cos^2 x, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 1.$
- $y'' = \sqrt{(x+1)^2}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -\frac{2}{3}.$
- $y'' = 1 - \cos 3x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -4.$
- $(1+x^2)y'' = 3, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -3.$
- $y'' + 2 \sin^2 x = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -1.$
- $y'' + 1 = 0, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = -2.$
- $y'' = \frac{x}{1+x^2}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -4.$
- $y'' = e^{-x/2}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -1.$
- $y'' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -1.$
- $y'' + 1 = x^2, \quad y(-1) = 0, \quad y'(-1) = 1.$
- $y'' = \frac{2x^2}{3}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$
- $y'' = 2 \sin 3x, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 4.$
- $y'' = 2 \cos 3x, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 0.$
- $y'' = 3 - x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 7.$
- $y'' = 3^x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -1.$
- $y'' = 98x^3, \quad y(1) = 1, \quad y'(1) = 7.$
- $y'' = 3x, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 3.$
- $y'' = e^{2x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -0.5.$
- $xy'' = 1, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 1.$
- $y'' = \sin 2x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$
- $x^2 y'' = 1, \quad y(1) = 2, \quad y'(1) = 1.$
- $xy'' = 1 + x^2, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 0.5.$



9. Найти общее решение дифференциального уравнения.

1.  $y' - xy'' = x^2 + x^2y''$ .
2.  $(1 + x^2)y'' - 2xy' = (1 + x^2)^2$ .
3.  $(1 + x^2)y'' - 2xy' = 0$ .
4.  $y'' \operatorname{tg} x - y' = 1$ .
5.  $x^3y'' + x^2y' = \sqrt{x}$ .
6.  $(1 - x^2)y'' - 2xy' = 2$ .
7.  $y'' \operatorname{tg} x = y'$ .
8.  $xy'' + 2y' = x^4$ .
9.  $y'' - \frac{y'}{x} - x = 0$ .
10.  $y'' = -\frac{y' + x}{x}$ .
11.  $x^3y'' + x^2y' = 1$ .
12.  $y' + xy'' = x$ .
13.  $x^2y'' + 3 - 2xy' = 0$ .
14.  $(x + 1)y'' = y' - 4$ .
15.  $y'' = \frac{y' - 1}{x + 1}$ .
16.  $xy'' - y' = 1$ .
17.  $x^2y'' + xy' = 1$ .
18.  $xy'' + y' = 0$ .
19.  $x^2y'' - xy' = 3x^2 - 2$ .
20.  $(x^2 + 1)y'' + 2xy' = 2x(1 + x^2)$ .
21.  $xy'' - y' = x^5$ .
22.  $2x^2y' - x^3y'' = 2$ .
23.  $2xy'y'' = (y')^2 - 1$ .
24.  $(x^2 + 1)y'' - 2xy' = x$ .
25.  $(1 + x^2)y'' + 2xy' = 12x^3$ .
26.  $xy'' - y' + \frac{1}{x} = 0$ .
27.  $xy'' = (1 + 2x^2)y'$ .
28.  $xy'' + y' = x^2$ .
29.  $(x^2 + x)y'' - y' - 1 = 0$ .
30.  $y'' + 2y' = 4x$ .

10. Найти частное решение дифференциального уравнения.

1.  $y'' = 1 - (y')^2, y(0) = 0, y'(0) = 2$ .
2.  $y'' = \sqrt{1 + (y')^2}, y(0) = 2, y'(0) = 0$ .
3.  $3y'y'' = 2y, y(0) = 1, y'(0) = 1$ .
4.  $y'' = e^{2y}, y(0) = 0, y'(0) = 1$ .
5.  $y'' = 2 \sin^3 y \cos y, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1$ .
6.  $y'' = \frac{1}{3}(1 + (y')^2)^{1.5}, y(-2\sqrt{2}) = -1, y'(-2\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$ .
7.  $3y'' = 2\sqrt{y'}, y(0) = 1, y'(0) = 1$ .
8.  $y'' = yy', y(1) = 0, y'(1) = 0, 5$ .
9.  $y'' + 2 \sin y \cos^3 y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$ .
10.  $y'' = y' \cos y, y(0) = \frac{\pi}{2}, y'(0) = 1$ .
11.  $y''y^3 + 36 = 0, y(0) = 3, y'(0) = 2$ .
12.  $yy'' = -(y')^2 - (y')^3, y(3) = 3, y'(3) = 0, 5$ .
13.  $y^2y'' = (y')^3, y(0) = 1, y'(0) = 1$ .
14.  $y'' = \sqrt{1 - (y')^2}, y(0) = 2, y'(0) = 1$ .
15.  $yy'' = 1, 5(y')^2 + 2y^2, y(0) = 1, y'(0) = 1$ .
16.  $y'' = y'(1 + y'), y(-1) = 1, y'(-1) = e - 1$ .
17.  $yy'' + (y')^2 + 1 = 0, y(1) = 1, y'(1) = 0$ .
18.  $y'' = 8y^3, y(0) = 1, y'(0) = 2$ .

19.  $y''y^3 + 1 = 0, y(1) = -1, y'(1) = -1$ .
20.  $4y^3y'' = y^4 - 16, y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .
21.  $2yy'' = 1 + (y')^2, y(0) = 2, y'(0) = 1$ .
22.  $yy'' + y = (y')^2, y(-1) = 1, y'(-1) = 1$ .
23.  $2y^3y'' + 1 = 0, y(2) = 0, 5, y'(2) = 1, 5$ .
24.  $y''y^3 + 4 = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$ .
25.  $yy'' = (y')^2 + y^2y', y(0) = 1, y'(0) = 2$ .
26.  $2yy'' + (y')^2 = 0, y(2) = 4, y'(2) = 1$ .
27.  $y^3y'' = y^4 - 16, y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = \sqrt{2}$ .
28.  $y(y^2 + 1)y'' = (3y^2 - 1)(y')^2, y(0) = 1, y'(0) = -4$ .
29.  $yy'' = (y')^3 - (y')^2, y(0) = 1, y'(0) = 1$ .
30.  $y'' - 2 \sin^3 y \cos y = 0, y(1) = \frac{\pi}{2}, y'(1) = 1$ .

11. Найти общее решение уравнения.

1.  $y'''x \ln x = y''$ .
2.  $xy''' + y'' = 1$ .
3.  $2xy''' = y''$ .
4.  $xy''' + y'' = x + 1$ .
5.  $xy''' + 2y'' = 1$ .
6.  $xy''' = 2y''$ .
7.  $x^3y''' + x^2y'' = 1$ .
8.  $y''' \operatorname{ctg} 2x + 2y'' = 0$ .
9.  $\operatorname{tg} xy''' = 2y''$ .
10.  $(1 + x^2)y''' + 2xy'' = 0$ .
11.  $xy''' + 2y'' = 0$ .
12.  $(1 + \cos x)y''' + \sin xy'' = 0$ .
13.  $x^5y''' + x^4y'' = 1$ .
14.  $x^5y''' - x^4y'' = 1$ .
15.  $xy''' - y'' + \frac{1}{x} = 0$ .
16.  $xy''' + y'' + x = 0$ .
17.  $(2 - \cos x)y''' = \sin xy''$ .
18.  $xy''' + y'' = \sqrt{x}$ .
19.  $y''' \operatorname{tg} x = y'' + 1$ .
20.  $y''' \operatorname{tg} 5x = 5y''$ .
21.  $(4 + x^2)y''' = -2xy''$ .
22.  $x^3y''' + x^2y'' = \sqrt{x}$ .
23.  $y''' \cos^2 x + y'' \sin 2x = 0$ .
24.  $(1 + x)y''' + y'' = 1 + x$ .
25.  $(1 + \sin x)y''' = \cos xy''$ .
26.  $xy''' + y'' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .
27.  $x^3y''' - 2x^2y'' = -2$ .
28.  $(1 - x^2)y''' = xy''$ .
29.  $x(1 + x^2)y''' = (x^2 - 1)y''$ .
30.  $y''' \sin^2 x - y'' \sin 2x = 0$ .

12. Найти фундаментальную систему решений уравнения.

1.  $y''' - 3y'' + 7y' - 5y = 0$ .
2.  $y''' - 5y'' + 12y' - 8y = 0$ .
3.  $y''' - 5y'' + 9y' - 5y = 0$ .
4.  $y''' - y'' + 3y' + 5y = 0$ .
5.  $y''' - 3y'' + 4y' + 8y = 0$ .
6.  $y''' - 3y'' + y' + 5y = 0$ .
7.  $y''' + y'' + 3y' - 5y = 0$ .
8.  $y''' + 3y'' + 4y' - 8y = 0$ .
9.  $y''' + 3y'' + y' - 5y = 0$ .
10.  $y''' + 3y'' + 7y' + 5y = 0$ .
11.  $y''' + 5y'' + 12y' + 8y = 0$ .
12.  $y''' + 5y'' + 9y' + 5y = 0$ .



$$\begin{array}{ll}
13. y''' - 3y'' + 4y' - 2y = 0. & 14. y''' - y'' + 2y = 0. \\
15. y''' + y'' - 2y = 0. & 16. y''' - 4y'' + 6y' - 4y = 0. \\
17. y''' - 2y' - 4y = 0. & 18. y''' - 4y'' + 9y' - 10y = 0. \\
19. y''' + y' - 10y = 0. & 20. y''' - 6y'' + 13y' - 10y = 0. \\
21. y''' + 2y'' - 3y' - 10y = 0. & 22. y''' - 6y'' + 16y' - 16y = 0. \\
23. y''' + 2y'' - 16y = 0. & 24. y''' - 2y' + 4y = 0. \\
25. y''' + 4y'' + 6y' + 4y = 0. & 26. y''' + y' + 10y = 0. \\
27. y''' + 4y'' + 9y' + 10y = 0. & 28. y''' + 3y'' + 4y' + 2y = 0. \\
29. y''' + 6y'' + 13y' + 10y = 0. & 30. y''' - 2y'' + 16y = 0.
\end{array}$$

**13. Найти общее решение дифференциального уравнения**

$$\begin{array}{ll}
1. y'' - 8y' + 17y = 3x + \sin 2x. & 2. y'' + 2y' + y = 3e^x + 5. \\
3. y'' - 9y = 4 - \cos x. & 4. y'' - 5y' + 6y = e^{-x} - 2\cos 2x. \\
5. y'' + 5y' + 6y = 3x - 2e^x. & 6. y'' - 2y' + 5y = 2x - 5\sin x. \\
7. y'' + 2y' + 2y = 3\ln x - \sin 3x. & 8. y'' - 3y' + 2y = 2e^{-3x} + 2\cos x. \\
9. y'' + 2y' + 2y = 11 - 2e^{3x}. & 10. y'' - 4y' + 5y = 3 - \sin x. \\
11. y'' - 2y' + 2y = 3x - 5 + 2\cos x. & 12. y'' + 6y' + 9y = 2e^{-2x} - \sin 3x. \\
13. y'' - 8y' + 17y = 5x + 6e^{3x}. & 14. y'' - 2y' - 3y = 4 - 5\cos x + 4\sin x. \\
15. y'' + 6y' + 10y = 2e^{3x} - 2\cos x. & 16. y'' - 4y' + 4y = 2x - \sin 2x. \\
17. y'' + 6y' + 13y = x + 3\sin 4x - 5\cos 4x. & 18. y'' + y = 4e^x - \cos 2x. \\
19. y'' - 4y' + 4y = x - 3 + 2e^{-2x}. & 20. y'' - 2y' + 5y = 3x + 7 - 2\sin 3x. \\
21. y'' - 2y' + 10y = x^2 + e^{3x}. & 22. y'' - 4y' + 5y = 3e^{-x} - 3\cos x. \\
23. y'' - 4y' + 3y = 2x - 3\sin x. & 24. y'' - 9y' = x^2 + 3 - 2e^{2x}. \\
25. y'' - 2y' + 5y = 2xe^x - \sin 2x. & 26. y'' - y' = xe^{2x} - 11. \\
27. y'' + 5y' + 6y = 2x - \cos 2x - 2\sin 2x. & 28. y'' - 3y' + 2y = e^x + \sin x. \\
29. y'' - 3y' - 4y = 7 - 3\cos 2x + 4\sin 2x. & 30. y'' - 4y = 4xe^x - 3.
\end{array}$$

**14. Найти решение задачи Коши.**

$$\begin{array}{ll}
1. y'' - 4y' - 5y = 2\sin x, & y(0) = 2, y'(0) = 8. \\
2. y'' - y' = 5x^2 - 2, & y(0) = 0, y'(0) = 0. \\
3. y'' + y = 2\cos x, & y(0) = 1, y'(0) = 0. \\
4. y'' - 2y' + 5y = \cos 2x, & y(0) = 0, y'(0) = 2. \\
5. y'' - 4y' - 5y = 2xe^{3x}, & y(0) = 3, y'(0) = -1. \\
6. y'' - 4y' + 8y = 2\sin 3x - \cos 3x, & y(0) = 1, y'(0) = 0.
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
7. y'' - 6y' + 13y = 5\sin 4x, & y(0) = 2, y'(0) = 8. \\
8. y'' + 6y' + 10y = 2xe^{-3x}, & y(0) = 1, y'(0) = 3. \\
9. y'' + y' - 2y = 5xe^{-x}, & y(0) = 0, y'(0) = -1. \\
10. y'' + 2y' + 10y = 2\cos 3x, & y(0) = 1, y'(0) = 0. \\
11. y'' + 16y' + 15y = 4e^{0.5x} + 2, & y(0) = 3, y'(0) = 1. \\
12. y'' + 4y' + 13y = 5\sin 2x, & y(0) = 0, y'(0) = 2. \\
13. y'' - 4y' - 5y = 3xe^{2x}, & y(0) = 3, y'(0) = -1. \\
14. y'' - 4y' + 8y = 3\cos 2x - 4\sin 2x, & y(0) = 1, y'(0) = 0. \\
15. y'' - 3y' + 2y = 5x^2, & y(0) = 0, y'(0) = 1. \\
16. y'' + 3y' + 2y = x + 4, & y(0) = 0, y'(0) = 1. \\
17. y'' - 2y' + 5y = 1 + \cos 3x, & y(0) = 0, y'(0) = 1. \\
18. y'' - 4y' + 3y = \sin 2x + 4, & y(0) = 0, y'(0) = 2. \\
19. y'' - 4y = 1 - x + 4x^2, & y(0) = 0, y'(0) = -2. \\
20. y'' - 5y' = 3\cos 5x - 5\sin 5x, & y(0) = 0, y'(0) = 1. \\
21. y'' - 8y' + 17y = 2\cos x + 5, & y(0) = 1, y'(0) = 0. \\
22. y'' + 3y' + 2y = 3x^2 - 5x - 3, & y(0) = 0, y'(0) = 1. \\
23. y'' + 4y' + 5y = 3\sin 2x, & y(0) = 0, y'(0) = -2. \\
24. y'' - 9y = x^2 + 5, & y(0) = 0, y'(0) = 1. \\
25. y'' + y = \sin 2x - 4\cos 2x, & y(0) = 1, y'(0) = 0. \\
26. y'' - 2y' + 5y = 5\cos 3x, & y(0) = 0, y'(0) = 1. \\
27. y'' - 4y' + 5y = 1 + 4x^2, & y(0) = 1, y'(0) = 0. \\
28. y'' - 4y' + 3y = 4\sin 2x + 3, & y(0) = 0, y'(0) = 1. \\
29. y'' - y = 3 - 2\cos x, & y(0) = 0, y'(0) = 0. \\
30. y'' - 4y = 5\sin 4x, & y(0) = 1, y'(0) = 2.
\end{array}$$

**15. Найти общее решение дифференциального уравнения.**

$$\begin{array}{lll}
1. y'' - 4y' + 4y = e^{2x}(3x + 1) & 2. y'' - 2y' + y = e^x(3x - 1). & 3. y'' - 6y' + 9y = e^{3x}(x + 2). \\
4. y'' + 2y' + y = e^{-x}(x + 3). & 5. y'' + 6y' + 9y = e^{-3x}(x - 2). & 6. y'' + 2y' + y = e^{-x}(3 - x). \\
7. y'' + 4y' + 4y = e^{-2x}(x + 1). & 8. y'' - 2y' + y = e^x(x + 1). & 9. y'' - 8y' + 16y = e^{4x}(x - 2). \\
10. y'' + 2y' + y = e^{-x}(x - 2). & 11. y'' - 2y' + y = e^x(2x + 1). & 12. y'' + 8y' + 16y = e^{-4x}(x + 2) + 1. \\
13. y'' + 4y' + 4y = e^{-2x}(1 - 4x). & 14. y'' - 6y' + 9y = e^{3x}(2x + 1). & 15. y'' + 8y' + 16y = e^{-4x}(2 - x). \\
16. y'' + 6y' + 9y = e^{-3x}(3x + 1). & 17. y'' - 6y' + 9y = e^{3x}(2x + 1). & 18. y'' + 2y' + y = e^{-x}(1 - 2x).
\end{array}$$



19.  $y'' - 2y' + y = e^x(x+2) + 1$ . 20.  $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x}(2x+1)$ . 21.  $y'' - 10y' + 25y = e^{5x}(x-2)$ .  
 22.  $y'' - 2y' + y = e^x(x+2)$ . 23.  $y'' - 6y' + 9y = e^{3x}(2x+1)$ . 24.  $y'' + 8y' + 16y = e^{-4x}(2-x)$ .  
 25.  $y'' - 2y' + y = e^x(3x+2)$ . 26.  $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x}(3-x)$ . 27.  $y'' + 4y' + 4y = e^{-2x}(x-2) - 2$ .  
 28.  $y'' + 2y' + y = e^{-x}(3+2x)$ . 29.  $y'' - 6y' + 9y = e^{3x}(2x+1)$ . 30.  $y'' + 2y' + y = e^{-x}(2x+3)$ .

16. Найти общее решение дифференциального уравнения.

1.  $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{1+e^x}$ . 2.  $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$ .  
 3.  $y'' + y = \frac{2}{\cos^3 x}$ . 4.  $y'' + 4y = 2\operatorname{tg} x$ .  
 5.  $y'' + 2y' + y = 3e^{-x}\sqrt{x+1}$ . 6.  $y'' - 3y' + 2y = \frac{1}{e^x - 1}$ .  
 7.  $y'' + y = \operatorname{ctg}^2 x$ . 8.  $y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2x}}{x}$ .  
 9.  $y'' + 2y' + y = \frac{2e^{-x}}{x e^x}$ . 10.  $y'' + 9y = \operatorname{tg}^2 3x$ .  
 11.  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{1+x^2}$ . 12.  $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^{2x}(1-e^x)}$ .  
 13.  $y'' + y' = \frac{e^x}{1+e^x}$ . 14.  $y'' - y' = \frac{e^{4x}}{\sqrt{1-e^{2x}}}$ .  
 15.  $y'' + 9y = \frac{1}{\cos 3x}$ . 16.  $y'' - 8y' + 16y = \frac{e^{4x}}{x}$ .  
 17.  $y'' + 4y = \frac{e^x}{\sin 2x}$ . 18.  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}$ .  
 19.  $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$ . 20.  $y'' + 4y = \operatorname{ctg}^2 2x$ .  
 21.  $y'' + y' = \frac{1}{e^x - 1}$ . 22.  $y'' + y = \operatorname{ctg} x$ .  
 23.  $y'' + 2y' = \frac{1}{1+e^{2x}}$ . 24.  $y'' + y = 2\operatorname{ctg} x$ .  
 25.  $y'' + 4y = 8\operatorname{ctg} 2x$ . 26.  $y'' + 2y' + y = \frac{3e^{-x}}{9e^{3x}x}$ .  
 27.  $y'' + 9y = \frac{9}{\cos 3x}$ . 28.  $y'' + 3y' = \frac{9e^{3x}}{1+e^{3x}}$ .  
 29.  $y'' - 6y' + 8y = \frac{4}{1+e^{-2x}}$ . 30.  $y'' - 9y' + 18y = \frac{9e^{3x}}{1+e^{-3x}}$ .

17. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений.

1.  $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y + 2e^t \\ \dot{y} = x + 2y - 3e^{4t} \end{cases}$  2.  $\begin{cases} \dot{x} = y - 5 \cos t \\ \dot{y} = 2x + y \end{cases}$

3.  $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y \\ \dot{y} = x - 5 \sin t \end{cases}$  4.  $\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y \\ \dot{y} = -y + 2x + 1 \end{cases}$   
 5.  $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 4y \\ \dot{y} = x - 3y + 3e^t \end{cases}$  6.  $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = y - 2x + 18t \end{cases}$   
 7.  $\begin{cases} \dot{x} = 3x - 4y + e^{-2t} \\ \dot{y} = x - 2y - 3e^{-2t} \end{cases}$  8.  $\begin{cases} \dot{x} = 2y - x - 2 \cos t \\ \dot{y} = 4y - 3x + \sin t \end{cases}$   
 9.  $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = 2y - x - 5e^t \sin t \end{cases}$  10.  $\begin{cases} \dot{x} = 5y - x \\ \dot{y} = y - x + 8t \end{cases}$   
 11.  $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 3y + 5t \\ \dot{y} = 3x + 2y + 8e^t \end{cases}$  12.  $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y + 4e^{5t} \\ \dot{y} = x + 2y \end{cases}$   
 13.  $\begin{cases} \dot{x} = 4x - 3y + \sin t \\ \dot{y} = 2x - y - 2 \cos t \end{cases}$  14.  $\begin{cases} \dot{x} = x + y + 1 + e^t \\ \dot{y} = 3x - y \end{cases}$   
 15.  $\begin{cases} \dot{x} = -x + 3y \\ \dot{y} = x + y + 1 + e^t \end{cases}$  16.  $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y + 4 \sin t + 2 \cos t \\ \dot{y} = x - 2y + 2 \sin t \end{cases}$   
 17.  $\begin{cases} \dot{x} = 4x + y - e^{2t} \\ \dot{y} = y - 2x \end{cases}$  18.  $\begin{cases} \dot{x} = x - y + 8t \\ \dot{y} = 5x - y \end{cases}$   
 19.  $\begin{cases} \dot{x} = y + 2e^t \\ \dot{y} = -x + 2y \end{cases}$  20.  $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y \\ \dot{y} = x + 2e^t \end{cases}$   
 21.  $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y \\ \dot{y} = x - 2y + 2 \sin t \end{cases}$  22.  $\begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y + 2e^{3t} \\ \dot{y} = x + y + 5e^{-t} \end{cases}$   
 23.  $\begin{cases} \dot{x} = 2y - x + 1 \\ \dot{y} = 3y - 2x \end{cases}$  24.  $\begin{cases} \dot{x} = -3x + y + 3e^t \\ \dot{y} = -4x + 2y \end{cases}$   
 25.  $\begin{cases} \dot{x} = 2x + 4y - 8 \\ \dot{y} = 3x + 6y \end{cases}$  26.  $\begin{cases} \dot{x} = -3x + 4y + 4e^t \\ \dot{y} = 3x - 4y + 6e^t \end{cases}$   
 27.  $\begin{cases} \dot{x} = y + 2e^t \\ \dot{y} = x + t^2 \end{cases}$  28.  $\begin{cases} \dot{x} = 6x + 3y \\ \dot{y} = 4x + 2y - 8 \end{cases}$   
 29.  $\begin{cases} \dot{x} = -2x + 2y \\ \dot{y} = 2x + y + 16te^t \end{cases}$  30.  $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 16te^t \\ \dot{y} = 2x - 2y \end{cases}$

18. Найти общее решение системы уравнений  $\dot{x} = Ax$ , где  $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ ,

$$x^T = (x_1, x_2, x_3).$$

1.  $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$  2.  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$   
 3.  $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$  4.  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$   
 5.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$  6.  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$







20. Решить геометрические, механические и прочие задачи прикладного характера.

1. Найти кривую, проходящую через начало координат, наклон которой в любой точке равен сумме абсциссы и утроенной ординаты этой точки.
2. Найти линию, проходящую через точку  $A(1; 2)$ , у которой отрезок касательной от точки касания до точки пересечения с осью  $Ox$  делится осью ординат пополам.
3. Найти кривую, проходящую через точку  $A(2; 1)$ , у которой подкасательная равна среднему арифметическому координат точки касания.
4. Найти кривые, у которых точка пересечения любой касательной с осью  $Ox$  имеет абсциссу, вдвое меньшую абсциссы точки касания.
5. Определить кривые, у которых отрезок  $MT$  касательной (точка  $M(x, y)$  принадлежит кривой и касательной) от точки касания до пересечения с осью  $Ox$  равен отрезку  $OT$  (точка  $O$  есть  $O(0, 0)$ ) оси  $Ox$ .
6. Тело совершает 45 колебаний в минуту, амплитуда колебаний уменьшается втрое в течение 20 с. Составить дифференциальное уравнение движения тела.
7. 1). Получить явный вид (типа (B)) дифференциальных уравнений вынужденных колебаний груза с массой  $m = 4$ , если коэффициенты сопротивления и жесткости пружины соответственно равны  $\lambda = 2$ ,  $k = 1/2$ , начальные условия суть  $y_0 = 1$ ,  $\dot{y}_0 = 1/4$  а также  $a = 7/4$ ,  $\omega_{\text{перез.}} = \sqrt{2}$ .  
2). Вычислив корни характеристического уравнения полученного ОДУ, найти (положив  $p = \lambda/m = 0$ ) собственную частоту  $\beta$  и по ней определить  $\omega_{\text{рез.}}$ , при которой наступает резонанс.  
3). Получить явный вид решения при наличии сопротивления (тип  $IVa$ ,  $p \neq 0$ ), а затем в отсутствии сопротивления ( $p = 0$ ) явный вид нерезонансного (тип  $IVб$ ) и резонансного (тип  $IVв$ ) решений (размерность приведенных коэффициентов считаем согласованной).
8. Решить предыдущую задачу, если  $m = 3$ ,  $k = 1/4$ ,  $\lambda = 1$ ,  $y_0 = 2$ ,  $\dot{y}_0 = 1/2$ ,  $a = 5/3$ ,  $\omega_{\text{перез.}} = 1$ .
9. Решить задачу 7 при условии, что:  $m = 2$ ,  $k = 3$ ,  $\lambda = 2$ ,  $y_0 = 1$ ,  $\dot{y}_0 = 1/4$ ,  $a = 3/2$ ,  $\omega_{\text{перез.}} = 2$ .
10. Пользуясь методом неопределенных коэффициентов, доказать справедливость записи общего решения ОДУ (B) в форме (IVa) и получить его явный вид в условиях задачи 7.1).
11. Пользуясь методом неопределенных коэффициентов, доказать справедливость записи общего решения ОДУ (B) в форме (IVб,  $p = 0$ , нерезонансный случай) и в форме (IVв,  $p = 0$ , резонансный случай) и получить их явный вид в условиях задачи 8.
12. Пользуясь методом неопределенных коэффициентов, доказать справедливость записи общего решения ОДУ (B) в форме (IVб,  $p = 0$ , нерезонансный случай) и в форме (IVв,  $p = 0$ , резонансный случай) и получить

их явный вид в условиях задачи 9.

13. При каком условии относительно  $\omega$  общее решение ОДУ вида  $\ddot{y} + y = \sin \omega t$  не будет иметь векового члена? (Указание. В небесной механике вековым членом называется выражение, имеющее вид произведения некоторой степени  $t$  и периодической функции (синуса или косинуса)).
14. При каких значениях  $q$  общее решение ОДУ  $\ddot{y} + q^2 y = \sin 2t$  не имеет векового члена? (См. указание к задаче 13).
15. При каких условиях на коэффициенты  $a, b$  ОДУ вида  $\ddot{y} + a \dot{y} + b y = \sin \omega t$  будет иметь решения периодического типа (без вековых членов, см. указание к задаче 13)?
16. Вывести формулу для времени опорожнения заполненной водой цистерны, имеющей вид параллелепипеда  $a \times b \times c$ , в центре основания  $a \times b$ , которой имеется круглое отверстие диаметром  $d$ . Вычислить время опорожнения для цистерны с размерами  $a = 1$  м,  $b = 2$  м,  $c = 1,5$  м,  $d = 0,05$  м.
17. В условиях предыдущей задачи считать, что основанием цистерны с круглым отверстием в центре является грань  $b \times c$ . Найти как соотносятся времена опорожнения цистерны, если диаметр отверстия брать равным  $d = 0,05$  м;  $0,075$  м;  $0,1$  м.
18. Вывести формулу для времени опорожнения заполненной керосином железнодорожной цистерны длины  $L$  и диаметра  $D$  через короткий сливной патрубок (коэффициент расхода  $\mu$ ), площадь поперечного сечения которого равна  $s$ . Расчеты выполнить для данных  $L = 12$  м;  $D = 2,6$  м;  $s = 0,01$  м<sup>2</sup>;  $\mu = 0,6$ . Как изменится время опорожнения, если увеличить площадь поперечного сечения патрубка в полтора раза?
19. Круглый цилиндрический бак с вертикальной осью диаметром  $D$ , высотой  $H$  наполнен водой. Вывести формулу для времени опорожнения бака через круглое отверстие диаметром  $d$ . Вычислить время опорожнения для данных:  $D = 1$  м;  $H = 1,5$  м;  $d = 0,01$  м;  $\mu = 0,62$ . Как изменится время опорожнения, если диаметр круглого отверстия увеличить в два раза, в три раза?
20. Заполненный водой резервуар имеет вид опрокинутого усеченного конуса: большее (верхнее) основание  $D_1$ , меньшее (нижнее) основание  $D_2$ , высота  $H$ . В центре нижнего основания имеется круглое отверстие диаметром  $d$ . Вывести формулу для времени  $T$  опорожнения резервуара и найти пределы:  $\lim_{d \rightarrow D_2} T$  и  $\lim_{D_2 \rightarrow d} T$ . Проанализировать полученные результаты.
21. После проведения собрания воздух в зале вместительностью  $10800$  м<sup>3</sup> содержит  $0,12\%$   $CO_2$ . Сколько м<sup>3</sup> воздуха, содержащего  $0,04\%$   $CO_2$  надо ежеминутно доставлять в зал, чтобы по истечении 10 минут содержание углекислоты в нем было  $0,06\%$   $CO_2$ .
22. В воздухе комнаты объемом  $200$  м<sup>3</sup> содержится  $0,15\%$   $CO_2$ . Вентилятор подает в минуту  $20$  м<sup>3</sup> воздуха, содержащего  $0,04\%$   $CO_2$ . Через какое время количество углекислого газа  $CO_2$  уменьшится втрое?
23. В резервуаре объемом  $100$  л находится рассол, содержащий  $10$  кг



растворенной соли. В резервуар втекает вода со скоростью  $2 \text{ л/мин}$ , а смесь вытекает с такой же скоростью, причем концентрация поддерживается равномерной. Сколько соли останется в растворе по истечении 50 минут?

24. Сосуд объемом в  $20 \text{ л}$  содержит воздух (80% азота и 20% кислорода). В сосуд втекает  $0.1 \text{ л}$  азота в секунду, который непрерывно перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Через сколько времени в сосуде будет 99 % азота?

25. В баке находится  $100 \text{ л}$  раствора, содержащего  $10 \text{ кг}$  соли. В бак непрерывно подается вода ( $5 \text{ л}$  в минуту), которая перемешивается с имеющимся раствором. Смесь вытекает с той же скоростью, с которой поступает вода. Сколько соли останется в баке через час?

26. Температура воздуха постоянна и равна  $T = 20^\circ\text{C}$ . Тело в течение  $t=20 \text{ мин}$  охладилось от  $100^\circ\text{C}$  до  $60^\circ\text{C}$ . Найти закон изменения температуры в зависимости от времени и определить через сколько времени температура упомянутого тела понизится до  $30^\circ\text{C}$ , если охлаждение проходит по закону Ньютона.

27. Заполненный водой радиатор автомобильного двигателя "закипел" ( $T = 100^\circ\text{C}$ ). Сколько времени необходимо ждать водителю, чтобы температура радиатора (и двигателя) стала только на  $5^\circ\text{C}$  выше температуры воздуха  $20^\circ\text{C}$ , если до  $80^\circ\text{C}$  охлаждение прошло за 20 мин? Закон охлаждения принять ньютоновский.

28. Заполненный антифризом радиатор автомобильного двигателя "закипел" ( $T = 125^\circ\text{C}$ ). Сколько всего времени придется ждать водителю, чтобы температура радиатора (и двигателя) на  $2^\circ\text{C}$  была выше температуры воздуха ( $25^\circ\text{C}$ ), если он обнаружил, что на охлаждение до  $85^\circ\text{C}$  потребовалось 45 мин? Принять, что охлаждение идет по закону Ньютона.

29. Заполненный водой радиатор автомобильного двигателя "закипел" ( $T = 100^\circ\text{C}$ ). Сколько времени необходимо ждать водителю, чтобы температура двигателя превышала температуру окружающей среды всего на  $2^\circ\text{C}$ , если экспериментально установлено, что коэффициент пропорциональности в законе охлаждения Ньютона равен  $k = -0.07 \text{ град/мин}$  и температура окружающей среды равна  $18^\circ\text{C}$ ?

30. Заполненный антифризом радиатор автомобильного двигателя "закипел" ( $T = 125^\circ\text{C}$ ). За сколько времени двигатель охладится до температуры  $30^\circ$ , если найденный экспериментально коэффициент пропорциональности в законе охлаждения Ньютона равен  $k = -0.1 \text{ град/мин}$ , а температура воздуха в этот день составляла  $25^\circ\text{C}$ ?



Таблица вариантов

В	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	26	14	1	7	23	17	19	21	7	14	30	27	11	26	20	11	24	26	8	27	12
2	8	21	22	21	9	29	18	29	2	13	14	21	8	22	3	9	15	21	14	22	16
3	5	22	28	6	8	22	1	1	18	6	15	25	29	7	24	14	25	18	27	11	4
4	23	22	19	27	27	4	20	14	23	29	17	2	27	11	29	9	1	13	4	14	24
5	22	22	29	15	23	5	3	9	13	11	10	13	12	2	18	25	29	25	19	29	3
6	2	21	18	3	14	5	18	9	3	1	7	16	28	18	30	16	30	26	10	11	20
7	22	24	17	19	13	14	28	18	21	16	23	22	21	12	19	2	22	7	7	12	6
8	11	8	13	30	12	24	7	20	19	10	15	18	15	4	23	4	24	4	29	25	11
9	6	11	22	7	19	7	26	20	22	18	25	5	12	10	13	5	2	23	2	6	21
10	4	9	9	27	8	29	28	17	20	17	5	14	10	19	8	21	28	1	12	29	4
11	16	10	1	12	26	21	7	17	23	21	21	19	23	3	8	5	7	29	24	22	9
12	12	14	1	12	16	6	11	23	14	29	9	4	30	15	26	29	19	13	3	17	13
13	23	28	23	16	5	18	27	14	25	5	13	27	4	10	22	5	23	24	4	14	27
14	2	27	21	22	22	4	14	9	16	3	3	21	24	14	7	5	27	17	15	12	27
15	18	12	12	22	24	4	14	9	16	3	3	21	24	14	7	5	27	17	15	12	27
16	11	6	9	27	7	13	26	21	25	15	17	30	12	14	28	16	21	5	4	23	9
17	8	8	3	6	12	10	5	30	3	4	22	21	27	28	30	29	9	9	19	27	12
18	12	9	19	2	3	28	16	20	29	3	19	23	10	13	30	18	19	15	23	19	17
19	7	8	1	20	16	19	21	16	18	11	20	24	21	12	12	5	13	25	8	15	2
20	14	3	5	4	2	21	13	21	28	17	11	29	3	8	14	17	27	29	28	29	4
21	15	6	9	17	26	9	21	18	6	27	2	13	9	13	4	8	8	23	16	16	26
22	17	15	14	10	4	9	24	8	27	28	16	9	3	14	4	12	12	2	23	2	17
23	28	23	2	22	25	14	5	21	23	25	29	20	20	15	4	28	7	26	10	17	20
24	18	3	24	6	28	23	3	27	2	12	9	24	4	23	29	3	29	29	22	20	3
25	10	17	21	24	8	25	19	30	14	26	30	23	12	22	22	24	15	27	21	15	5
26	20	28	23	19	23	21	14	30	26	26	23	28	12	23	9	7	20	13	25	25	13
27	16	12	9	15	13	11	19	18	29	4	15	30	4	7	25	12	8	15	2	8	10
28	20	26	19	25	27	15	8	21	10	19	20	15	22	18	2	30	25	12	25	17	1
29	20	8	15	23	30	9	30	24	6	2	30	12	11	14	6	21	24	25	3	30	7
30	13	10	11	15	17	25	1	22	19	23	8	10	24	2	3	29	25	14	20	28	19
31	29	5	5	13	16	9	7	21	26	21	9	24	23	19	10	1	3	20	4	21	2
32	5	30	14	23	16	6	25	30	4	11	24	19	23	13	6	28	9	14	24	3	19
33	19	17	27	19	28	16	14	30	13	30	5	27	11	2	4	18	5	17	3	11	26
34	21	22	7	21	6	1	2	17	4	21	1	4	20	3	24	30	21	5	23	5	18
35	12	8	23	15	2	25	4	13	13	14	5	14	4	28	16	25	19	18	5	6	29
36	8	28	13	18	9	17	14	6	24	2	10	5	4	27	9	4	19	21	25	12	7
37	15	11	26	20	5	4	28	25	18	6	1	21	6	19	28	10	4	5	27	7	9
38	13	21	10	14	2	1	24	28	12	6	9	26	13	23	14	30	2	9	17	18	19
39	7	2	2	8	20	23	10	22	19	29	15	26	6	11	24	3	18	18	25	26	27
40	28	15	10	13	11	11	26	28	25	30	12	30	26	10	5	17	14	21	3	2	2
41	2	21	30	17	2	14	9	26	16	26	24	2	15	10	5	7	11	20	24	10	26
42	23	11	1	6	13	1	15	20	8	18	19	16	5	30	7	18	7	10	15	7	21
43	8	29	10	7	29	17	20	28	21	15	16	4	14	1	23	8	30	4	29	17	14
44	16	25	15	16	30	6	21	20	1	21	20	17	13	14	4	15	25	25	2	20	19
45	9	30	2	20	9	30	18	1	5	11	7	12	1	22	6	14	17	17	7	22	3
46	20	21	24	8	20	2	20	22	20	21	14	13	26	30	8	12	3	20	19	2	29
47	3	13	21	9	6	12	15	25	21	8	20	21	20	23	15	6	16	1	29	3	15
48	20	22	10	26	1	26	20	6	22	25	20	15	15	30	5	3	19	19	20	2	11
49	20	28	9	28	24	14	5	26	1	10	9	28	19	3	8	17	21	3	2	29	4
50	26	14	24	13	7	9	17	2	24	10	18	2	13	21	18	6	8	13	13	4	12
51	14	26	6	30	8	29	21	13	1	15	26	20	10	29	2	22	28	24	6	26	19
52	16	12	28	8	29	6	27	19	20	13	22	19	14	14	10	26	14	17	23	11	13
53	24	21	16	16	11	29	18	23	23	24	12	20	29	15	6	24	15	15	18	27	24
54	15	5	19	22	26	22	29	10	28	4	11	1	20	8	30	23	6	16	4	18	12
55	8	15	15	2	16	15	15	21	15	21	24	11	14	23	28	23	10	14	9	9	22
56	7	29	8	16	22	27	18	3	3	11	26	23	19	18	18	14	10	21	23	26	4
57	17	22	16	16	16	19	6	13	10	17	1	9	16	3	9	26	23	17	24	7	9
58	29	16	5	9	28	30	7	3	27	19	28	28	15	13	30	29	10	27	29	4	11
59	13	3	3	1	15	29	15	30	8	13	29	3	7	8	20	10	2	22	28	15	3
60	9	27	26	21	16	17	1	30	13	14	27	28	26	10	2	15	12	23	19	16	7

В	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
61	3	9	14	3	14	3	16	29	20	8	17	5	29	28	27	22	1	15	14	10	17
62	3	22	16	11	9	17	21	23	18	28	13	29	23	4	17	9	17	3	11	6	2
63	28	8	24	5	5	8	9	10	19	9	4	8	28	19	14	18	23	2	4	20	9
64	2	15	12	27	27	5	14	11	12	15	5	19	20	11	20	22	12	21	8	11	22
65	10	1	5	12	14	29	20	7	18	22	29	18	3	8	6	2	24	5	26	1	3
66	19	27	27	9	11	15	14	23	6	20	5	17	1	18	21	21	13	26	1	3	17
67	23	23	17	8	8	2	24	30	17	18	11	28	12	4	2	6	7	10	20	23	3
68	6	20	16	9	14	1	29	27	1	25	5	15	11	21	14	5	9	22	26	10	27
69	21	11	14	26	11	18	18	5	18	25	23	23	21	22	1	24	26	18	9	3	5
70	13	30	19	17	11	24	21	8	3	27	26	4	26	22	19	2	6	9	5	21	12
71	27	2	6	27	15	18	30	19	28	29	18	25	4	1	18	4	9	26	28	27	7
72	25	20	27	6	23	4	4	4	26	11	23	1	5	7	13	5	8	25	7	17	10
73	22	27	18	8	5	30	1	15	4	8	16	5	1	23	27	3	25	19	5	22	15
74	8	17	1	18	15	16	19	30	11	9	20	27	20	18	8	9	16	20	19	28	27
75	13	29	3	4	7	29	26	20	6	27	1	28	16	13	9	23	11	17	27	12	11
76	24	10	27	8	3	9	8	20	15	12	26	6	21	2	30	11	10	1	30	11	28
77	6	10	1	2	4	12	11	30	13	8	22	22	23	25	13	22	15	1	14	6	30
78	17	10	4	28	6	18	23	29	4	2	28	16	6	24	9	5	27	29	30	12	13
79	22	28	17	7	2																