

Московский автомобильно-дорожный институт  
(Государственный технический университет)  
Кафедра высшей математики

Расчетно-графическая работа 3.2

по высшей математике

для студентов 2-го курса

(1-й семестр)

Ряды

Издание третье

Москва  
2007

## Расчетно-графическая работа N 3.2

### Ряды

1. Исследовать ряд на сходимость.

- |  |   |  |   |
|--|---|--|---|
| 1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+2}$           | 2. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+2}}$     | 3. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n-1}$           | 4. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+10}}$    |
| 5. $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n-3}$           | 6. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{n+2}$            | 7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+10}$          | 8. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$           |
| 9. $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{2n-3}$          | 10. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3n+5}$          | 11. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n-1}}$   | 12. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+3}}$ |
| 13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^3}$   | 14. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2-n}$         | 15. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^3+n+7}$      | 16. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2+3}$         |
| 17. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2+10}$       | 18. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^3}$           | 19. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^3+n+1}$      | 20. $\sum_{n=10}^{\infty} \frac{1}{n^3+2}$        |
| 21. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^{10}+9}$     | 22. $\sum_{n=8}^{\infty} \frac{1}{n^3-n}$         | 23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$     | 24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$  |
| 25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+n}}$ | 26. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^4-n}}$  | 27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+4}}$ | 28. $\sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{n^2+n}$            |
| 29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+n}$        | 30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2n^2+n}}$ |  |   |

2. Исследовать ряд на сходимость.

- |   |  |  |
|---|--|--|
| 1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3n^2+n+1}}$        | 2. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3n^2+1}}$                     | 3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4n^3+n}}$             |
| 4. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{3n^4+2}}$          | 5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^5+n^3}}$                    | 6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^6+n}}$           |
| 7. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^5+1}}$        | 8. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^4+2}}$                   | 9. $\sum_{n=6}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{3n^5+n}}$          |
| 10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^{10}+n^2}}$     | 11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^7+3n^2}}$                  | 12. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n^3-2}}$          |
| 13. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2-1}}$       | 14. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[10]{n^7-3}}$                 | 15. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n^3-2}}$          |
| 16. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2-1}}$       | 17. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n^3+1}}$                   | 18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n^5+n}$           |
| 19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n^2+2}}$ | 20. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n+2}}{\sqrt{n^5+5}}$         | 21. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt[4]{n^2+1}}{n^3-1}$      |
| 22. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+2}}{n^2+3}$      | 23. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+3}}{\sqrt[3]{n^{10}+n}}$ | 24. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt[4]{n^6+n}}{\sqrt{n+1}}$ |

$$\begin{array}{lll}
25. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n^4+1}}{n^2+2} & 26. \sum_{n=0}^{\infty} 2^n & 27. \sum_{n=0}^{\infty} (n-1)^2 \\
28. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+2}} & 29. \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt[3]{n+2} & 30. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n+1}
\end{array}$$

3. Исследовать ряд на сходимость.

$$\begin{array}{lll}
1. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{10^{3n}} & 2. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{10^{4n}} & 3. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{5^n+2} \\
4. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^{3n}} & 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2} & 6. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{5^{2n}} \\
7. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^{2n}} & 8. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{5^n} & 9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{2n}} \\
10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n+n} & 11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)n} & 12. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \\
13. \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} & 14. \sum_{n=20}^{\infty} \frac{1}{(n-9)n} & 15. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{(n-3)(n-4)} \\
16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)n^2} & 17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2(n+2)} & 18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{(n+1)n^2} \\
19. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{(n+2)^3} & 20. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+3)^2}{(n+5)^5} & 21. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+5)^8}{(n+7)^7} \\
22. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)n}{(n+3)^3} & 23. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{(n+4)^4} & 24. \sum_{n=10}^{\infty} \frac{n+10}{(n+11)n} \\
25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+3)}{n^5+n} & 26. \sum_{n=10}^{\infty} \sin \frac{1}{n} & 27. \sum_{n=8}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n} \\
28. \sum_{n=0}^{\infty} \sin \frac{1}{n^2+1} & 29. \sum_{n=3}^{\infty} \operatorname{tg} \frac{1}{n^3} & 30. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}
\end{array}$$

4. Исследовать ряд на сходимость.

$$\begin{array}{llll}
1. \sum_{n=6}^{\infty} \frac{\ln n}{n} & 2. \sum_{n=4}^{\infty} \frac{\ln^2 n}{n} & 3. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n} & 4. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{\ln^5 n}{n} \\
5. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n} & 6. \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{n^2 \ln n} & 7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!+1} & 8. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+2)!} \\
9. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+3)!} & 10. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!} & 11. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+5)!} & 12. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(3n+2)!} \\
13. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+7)!} & 14. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{n!} & 15. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^5}{(n+5)!} & 16. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(3n)!}{(n!)^2} \\
17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)!}{n!n!} & 18. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+3)^4}{(n+3)!} & 19. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+2)^2}{(n+2)!} & 20. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+3}{(2n+3)!}
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n!)^4} & 22. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^4}{(n+4)^2} & 23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+1)!}{n^3} & 24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)!}{n^n} \\
25. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^5}{(n+5)!} & 26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{(n+1)!} & 27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{n^n} & 28. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+3)^4}{(n+3)!} \\
29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n!}{(3n)!} & 30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((n+1)!)^2}{(3n)!} & & 
\end{array}$$

5. Исследовать ряд на сходимость (абсолютную и условную).

$$\begin{array}{llll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \sqrt{n}} & 2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n} & 3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n} & 4. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \ln n} \\
5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{6 - 5n} & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5\sqrt[5]{n}} & 7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{100n + 1} & 8. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n - \ln n} \\
9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4 + n^2} & 10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}} & 11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{10n + 8} & 12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin^3 n}{n^3} \\
13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3n)!} & 14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1} & 15. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^3 n} & 16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 5^n}{6^n \sqrt{n}} \\
17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{25 + n^2} & 18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5n^3} & 19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5n^2} & 20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin n}{5n^2} \\
21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n + 7} & 22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n+4}} & 23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 + 3n}} & 24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (10)^n}{n!} \\
25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{10n + 1} & 26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5\sqrt[5]{n}} & 27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^3}{3^n} & 28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n-1)}{4n + 7} \\
29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{n}} & 30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{2n^2 + n} & & 
\end{array}$$

6. Исследовать ряд на сходимость (абсолютную и условную).

$$\begin{array}{llll}
1. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 + 2}} & 2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 - n} & 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n}} & 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n 2^n} \\
5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{9 + n^2} & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n 2^n} & 7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \sqrt{5^n}} & 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \\
9. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-2}{3}\right)^n & 10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{e^n} & 11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^7}} & 12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n^2} \\
13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-11)^n}{(n+11)!} & 14. \sum_{n=4}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 - 9} & 15. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-3}{5}\right)^n & 16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \\
17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(5n)!} & 18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n^2 + 1} & 19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{n^4}} & 20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{n^3 + 1} \\
21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^3 + 2}} & 22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 3^n}{(3n+1)!} & 23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n 3^n} & 24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[10]{n}}
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt[4]{n}} & 26. \sum_{n=1}^{\infty} n(-1, 25)^n & 27. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-5)^n}{n!} & 28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5(-1)^n}{25+n^2} \\
29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{2^n} & 30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-e)^n}{3^n} & & 
\end{array}$$

7. Исследовать ряд на сходимость (абсолютную и условную).

$$\begin{array}{llll}
1. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^4 - n} & 2. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n+1} & 3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\sqrt{n+2}} & 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+1} \\
5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n}{2^n} & 6. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n\sqrt{n}} & 7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n]{n}} & 8. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-5}{12}\right)^n \frac{1}{n} \\
9. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-5}{3n}\right)^n & 10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+n} & 11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n^n} & 12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2+n}} \\
13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2+1} & 14. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[n^7]{n^7-9}} & 15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{10^n} & 16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sqrt{n}}{\sqrt{n^n+3}} \\
17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\sqrt[3]{n^4+5}} & 18. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2-2}} & 19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{9n+8} & 20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}} \\
21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3+n} & 22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1} & 23. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n} & 24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^5}{(n+5)!} \\
25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^2+5} & 26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{(1+\frac{1}{n})^{n^2}} & 27. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-2}{7}\right)^n & 28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10(-1)^n}{\ln(n+1)} \\
29. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n\sqrt[5]{n}} & 30. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{(2n)!} & & 
\end{array}$$

8. Исследовать ряд на сходимость (абсолютную и условную).

$$\begin{array}{llll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+2n} & 2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3-n} & 3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1, 5)^n & 4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n^2+1} \\
5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 10^n}{n!} & 6. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5 \ln n} & 7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n} & 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n}} \\
9. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{n^2} & 10. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^3 n} & 11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{5n^2} & 12. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n n^5}{\sqrt{n^{10}-8}} \\
13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} & 14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{(2n)!} & 15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n+5)} & 16. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n} \\
17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{5n+6} & 18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}} & 19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{(n+6)2^n} & 20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[7]{n}} \\
21. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n-2 \ln n} & 22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt[6]{n}} & 23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln n}{5n} & 24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+29}
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
25. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln^4 n} & 26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1 + \ln n} & 27. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[6]{n+1}} & 28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-10)^n}{n^n} \\
29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10(-1)^n}{10 + n^2} & 30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5(-1)^n}{n \ln(n+1)} & & 
\end{array}$$

9. Найти область сходимости функционального ряда.

$$\begin{array}{lll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{x}{n\sqrt{n}} & 2. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{x}{n^2} & 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\operatorname{tg}^n x} \\
4. \sum_{n=1}^{\infty} \cos^n x & 5. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^n x & 6. \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \cos \frac{x}{n^2}) \\
7. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{x}{n^2} & 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \cos^2 x} & 9. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arcsin} \frac{x}{n\sqrt[3]{n+1}} \\
10. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{ctg}^n x & 11. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{x+1}{\sqrt[7]{1+n}} & 12. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{x+2}{\sqrt{2+n^3}} \\
13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2} & 14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln^n x} & 15. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arcsin} \frac{3x}{5n^2+1} \\
16. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{(x-5)^n}{n!} & 17. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{x+2}{n\sqrt{n+1}} & 18. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{x}{n} \\
19. \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \cos \frac{x}{n}) & 20. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{(x-1)^2}{n\sqrt{n+1}} & 21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + x^2} \\
22. \sum_{n=1}^{\infty} \cos^n 2x & 23. \sum_{n=1}^{\infty} \sin^n 2x & 24. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^n 2x \\
25. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{ctg}^n 2x & 26. \sum_{n=1}^{\infty} (3 - x^2)^n & 27. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arcsin} \frac{x^n}{n!} \\
28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^n 2x}{n} & 29. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^3 + \sin^2 x} & 30. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg} \frac{x}{2^n}
\end{array}$$

10. Найти область сходимости функционального ряда.

$$\begin{array}{lll}
1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!} & 2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^3} & 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^n n!} \\
4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2(n-1)}}{5^n} & 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n}} & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{3n}}{\sqrt[3]{n}} \\
7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{\sqrt[3]{n}} & 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1} (x-1)^{n-1}}{n} & 9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+5) x^n}{5^n} \\
10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n 4^n} & 11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (x+2)^n}{n 3^n} & 12. \sum_{n=1}^{\infty} n x^{n-1} \\
13. \sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^{n-1} & 14. \sum_{n=1}^{\infty} x^{(n-1)} n^{100} & 15. \sum_{n=1}^{\infty} 10^{n-1} x^{n-1}
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n} & 17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+1}}{n(n+1)} & 18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^{3n}}{\sqrt[3]{n}} \\
19. \sum_{n=1}^{\infty} 10^n x^{2n} & 20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{\sqrt{n+1}} & 21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^n x^{2n}}{\sqrt{n}} \\
22. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(n+1) x^n}{3^n} & 23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n(x-1)^n}{4^n n} & 24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 9^n(x-2)^{2n}}{n 4^n} \\
25. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} x^{n+1}}{\sqrt[5]{n}} & 26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+3)! x^n}{5^n n!} & 27. \sum_{n=1}^{\infty} n \sqrt{n+1} x^{n-1} \\
28. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^{n-1}}{n} & 29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)! x^n}{3^n n!} & 30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (x+1)^n}{n 3^n n!}
\end{array}$$

11. Найти область сходимости функционального ряда.

$$\begin{array}{lll}
1. \sum_{n=2}^{\infty} n!(x-5)^{(n-1)} & 2. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n!}{5^n} (x-1)^{n-1} & 3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^4+3} (x+3)^n}{3^n} \\
4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!(x-e)^n}{e^n} & 5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1} x^{n-1}}{n!} & 6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x-0,5)^{3n}}{n^3} \\
7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!} & 8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(2n-1)!} & 9. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n!(2x+3)^{n-1}}{n^{100}} \\
10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x+100)^n}{100^n n^{100}} & 11. \sum_{n=1}^{\infty} (2n)^{-2n} x^n & 12. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(2n-1)! x^{n-1}}{2^n n!} \\
13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^{n-1} x^n}{(0,1n)^n} & 14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3(n-1)}}{10^n} & 15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)^n x^n}{n^n} \\
16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-1)! x^n}{(2n-1)!} & 17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{50^{3n} x^n}{n^n} & 18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!(7-10x)^n}{100^n n!} \\
19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(2n-1)! x^n}{n!} & 20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)! x^{2n}}{n^{10} 10^n} & 21. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)! x^n}{10^{3n} n!} \\
22. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{100}\right)^n x^{100n} & 23. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{100} x^n}{n^n} & 24. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(n-3)!(x+1,5)^n}{(2n-1)!} \\
25. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{4n}(3-x)^n}{3^n(3n-1)!} & 26. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-0,5)^n}{(0,5)^n n!} & 27. \sum_{n=1}^{\infty} (n+1)^n \left(\frac{x}{2n}\right)^n \\
28. \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{x-3}{n}\right)^{n-1} & 29. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5x^5)^n}{n!} & 30. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n-2}(10x+3)^n}{3^n}
\end{array}$$

12. Построить ряд по степеням  $(x-a)$  и указать его интервал сходимости для данной функции.

$$\begin{array}{ll}
1. y = e^{3x}, a = 1 & 2. y = \frac{4}{2-3x}, a = -2 \\
3. y = \frac{x}{4+x^2}, a = 0 & 4. y = \ln(2-5x), a = -3
\end{array}$$

5.  $y = \ln(5x + 3), a = 0$       6.  $y = \cos x, a = \frac{\pi}{6}$   
7.  $y = \frac{1 - \cos x}{x}, a = 0$       8.  $y = \sin^2 x^3, a = 0$   
9.  $y = e^{3x-2}, a = 1$       10.  $y = e^{0,5x}, a = -4$   
11.  $y = \frac{2x-2}{x^2-2}, a = 1$       12.  $y = \frac{e^{x^2} - x^2 - 1}{2x^2}, a = 0$   
13.  $y = \frac{e^x - 1}{x}, a = 0$       14.  $y = \frac{x}{x^2 - 3}, a = 0$   
15.  $y = \frac{\ln(1 + 0.2x)}{x}, a = 0$       16.  $y = \ln(1 - 6x^2), a = 0$   
17.  $y = x^2 \sqrt{4 - 3x}, a = 0$       18.  $y = 2x \cos^2 \frac{x}{2} - x, a = 0$   
19.  $y = e^{2x}, a = -1$       20.  $y = \frac{7}{12 - 3x^2}, a = 0$   
21.  $y = \frac{1}{5 + x}, a = -1$       22.  $y = e^{-5x}, a = -5$   
23.  $y = \frac{1}{5x - 6}, a = 1$       24.  $y = e^{-x}, a = 1$   
25.  $y = \ln(1 + x), a = 2$       26.  $y = e^x, a = 0.5$   
27.  $y = \sqrt{x}, a = 4$       28.  $y = \frac{6}{8 - x^2}, a = 0$   
29.  $y = \ln \sqrt[3]{\frac{1 + 2x}{1 - x}}, a = 0$       30.  $y = \sqrt[3]{1 + x^2}, a = 0$

**13.** Построить ряд по степеням  $(x - a)$  и указать его интервал сходимости для данной функции.

1.  $y = x^2 \sin x, a = 0$       2.  $y = \frac{\arcsin x^2}{x}, a = 0$   
3.  $y = \frac{1 - \cos 2x}{2}, a = 0$       4.  $y = \sin x, a = \frac{\pi}{3}$   
5.  $y = \frac{1}{2x + 5}, a = 1$       6.  $y = \frac{1}{1 - x}, a = 2$   
7.  $y = \frac{x}{3 + 4x}, a = 0$       8.  $y = \ln(5x + 3), a = 1$   
9.  $y = \cos^2 x, a = 0$       10.  $y = \frac{9}{20 - x^2}, a = 0$   
11.  $y = \sin 2x^2, a = 0$       12.  $y = \frac{11}{5x + 6}, a = 1$   
13.  $y = \frac{1}{4 - 2x}, a = 1$       14.  $y = \sin(2x + 1), a = -1$   
15.  $y = \sin 2x, a = \frac{\pi}{4}$       16.  $y = \frac{1}{3x + 2}, a = 2$   
17.  $y = \cos x, a = -\frac{\pi}{4}$       18.  $y = \frac{1}{x}, a = 3$   
19.  $y = \ln(1 - 20x^2), a = 0$       20.  $y = \ln(5 + 2x), a = 3$   
21.  $y = \frac{\sin x - x}{x^3}, a = 0$       22.  $y = \sin(x + \frac{\pi}{4}), a = 0$



23.  $y = \cos(x - \frac{\pi}{4}), a = 0$     24.  $y = \ln(1 - 2x^2), a = 0$   
 25.  $y = \frac{7}{12 - x^2}, a = 0$     26.  $y = \sqrt{1 + x^3}, a = 0$   
 27.  $y = \frac{1}{2x - 3}, a = 0$     28.  $y = \ln(1 + x), a = 2$   
 29.  $y = \cos 3x, a = \frac{\pi}{6}$     30.  $y = \sin \frac{\pi x}{3}, a = 1$

14. С точностью до  $\varepsilon = 0.001$  вычислить

1.  $e$ .    2.  $\sqrt{e}$ .    3.  $\frac{1}{\sqrt[5]{e}}$ .    4.  $\cos 18^\circ$ .    5.  $\sin 9^\circ$ .  
 6.  $\frac{1}{e}$ .    7.  $\sin \frac{\pi}{5}$ .    8.  $\sin 12^\circ$ .    9.  $\frac{1}{\sqrt[4]{e}}$ .    10.  $\sqrt[5]{1,1}$ .  
 11.  $\sqrt[3]{130}$ .    12.  $\sqrt[3]{1,06}$ .    13.  $\sqrt{27}$ .    14.  $\sqrt[5]{36}$ .    15.  $\sqrt[3]{520}$ .  
 16.  $\sqrt{15}$ .    17.  $\sqrt[4]{700}$ .    18.  $\sqrt[5]{250}$ .    19.  $\ln 1,04$ .    20.  $\ln 2$ .  
 21.  $\ln 5$ .    22.  $\ln 0,98$ .    23.  $\ln 1,1$ .    24.  $\ln 3$ .    25.  $\ln 10$ .  
 26.  $\text{sh } 0,3$ .    27.  $\text{ch } 0,3$ .    28.  $\sqrt[10]{1027}$ .    29.  $\cos 12^\circ$ .    30.  $\text{arctg } \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

15. С точностью до  $\varepsilon = 0.001$  вычислить

1.  $\int_0^{0,5} \frac{1 - \cos x}{x^2} dx$ .    2.  $\int_0^{0,1} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$ .    3.  $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ .  
 4.  $\int_0^{0,2} \frac{\sin x}{x} dx$ .    5.  $\int_0^{0,1} \frac{e^x - 1}{x} dx$ .    6.  $\int_0^{0,5} x \ln(1+x^2) dx$ .  
 7.  $\int_0^{0,1} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$ .    8.  $\int_0^{0,1} \cos x^2 dx$ .    9.  $\int_0^{0,1} \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}$ .  
 10.  $\int_0^{0,3} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$ .    11.  $\int_0^{0,2} \frac{\text{arctg } x}{x} dx$ .    12.  $\int_0^{0,5} e^{-x^2} dx$ .  
 13.  $\int_0^{0,6} \sqrt[3]{1+x^2} dx$ .    14.  $\int_0^{0,8} \frac{dx}{1+x^5}$ .    15.  $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$ .  
 16.  $\int_0^{0,2} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$ .    17.  $\int_0^{0,1} \frac{(e^{x^2} - 1)}{x^2} dx$ .    18.  $\int_0^{0,1} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}$ .  
 19.  $\int_0^{0,1} \sin x^2 dx$ .    20.  $\int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}$ .    21.  $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} x^3 \text{arctg } x dx$ .  
 22.  $\int_0^{0,1} \frac{\text{arctg } x^2}{x} dx$ .    23.  $\int_0^{0,5} \sqrt[3]{1+x^3} dx$ .    24.  $\int_0^{0,8} x^{10} \sin x dx$ .

$$\begin{array}{lll}
25. \int_0^{0,1} \frac{dx}{1+x^4} & 26. \int_0^{0,5} \sqrt{1+x^3} dx & 27. \int_0^{0,5} \cos \frac{x^2}{4} dx \\
28. \int_0^{0,1} \frac{\sin x^2}{x} dx & 29. \int_0^{0,5} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx & 30. \int_0^{0,1} \cos \sqrt{x} dx
\end{array}$$

**16.** Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения.

1.  $y'' - x^2 y = 0$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 1$ .
2.  $y'' - x^2 y = 0$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 0$ .
3.  $y'' - x^2 y = 0$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 1$ .
4.  $y' + xy = 0$ ;  $y(0) = 1$ .
5.  $y' + xy = 0$ ;  $y(0) = 0, 1$ .
6.  $y' = x^2 + y^2$ ;  $y(0) = 0$ .
7.  $y' = x - 2y$ ;  $y(0) = 0$ .
8.  $y'' + xy' + y = 0$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 1$ .
9.  $y'' + xy' + y = 0$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 0$ .
10.  $y'' + xy' + y = 0$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 1$ .
11.  $y'' + x^2 y = 0$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 1$ .
12.  $y'' + x^2 y = 0$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 0$ .
13.  $y'' + x^2 y = 0$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 1$ .
14.  $y' = x^2 + y^2$ ;  $y(0) = 1$ .
15.  $y'' = x + y^2$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 1$ .
16.  $y'' = x + y^2$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 0$ .
17.  $y'' = x + y^2$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 1$ .
18.  $y' = x^2 y + y^3$ ;  $y(0) = 1$ .
19.  $y'' + 4y = 0$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 2$ .
20.  $y'' = xy^2$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 1$ .
21.  $y' = 2x - y$ ;  $y(0) = 2$ .
22.  $y' = x + y^2$ ;  $y(0) = 1$ .
23.  $y'' = (2x - 1)y - 1$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 1$ .
24.  $y' = 2 \cos x - xy^2$ ;  $y(0) = 1$ .
25.  $y'' + 2xy = 0$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 1$ .
26.  $y'' = x + y \cos x$ ;  $y(0) = 1$ ;  $y'(0) = 0$ .
27.  $y'' + xy' + y = 1$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 0$ .
28.  $y'' - xy' + y = x$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 0$ .
29.  $y'' + xy' + y = x$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 1$ .
30.  $y'' + 2x(y')^2 = 0$ ;  $y(0) = 0$ ;  $y'(0) = 1$ .

17. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию с периодом  $T$ .

$$1. y = \begin{cases} 1, & 0 < x < 2, \\ 0, & 2 < x < 4, \\ T = 4 \end{cases}$$

$$3. y = \begin{cases} 2, & 0 < x < 1, \\ 0, & 1 \leq x < 2, \\ T = 2 \end{cases}$$

$$5. y = \begin{cases} x, & 0 < x < 1, \\ 1, & 1 \leq x < 2, \\ T = 2 \end{cases}$$

$$7. y = |x|, \quad -1 < x < 1, \quad T = 2$$

$$9. y = \begin{cases} 0, & -2 < x < 0, \\ 0,5x, & 0 \leq x < 2, \\ T = 4 \end{cases}$$

$$11. y = |x|, \quad -2 < x < 2, \quad T = 4$$

$$13. y = \begin{cases} 0, & -2 \leq x < 0, \\ 2, & 0 \leq x < 2, \\ T = 4 \end{cases}$$

$$15. y = \begin{cases} 1, & -1 \leq x < 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \\ T = 2 \end{cases}$$

$$17. y = \begin{cases} 0, & -2 < x < 0, \\ x, & 0 \leq x < 2, \\ T = 4 \end{cases}$$

$$19. y = e^x, \quad -7 < x < 7, \quad T = 14 \quad . \quad 20. y = x - 1, \quad -1 < x \leq 1, \quad T = 2 \quad .$$

$$21. y = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, \\ 0, & 1 < x < 2, \\ T = 2 \end{cases}$$

$$22. y = \begin{cases} 0, & -4 < x \leq 0, \\ x, & 0 < x < 4, \\ T = 12 \end{cases}$$

$$23. y = \begin{cases} 0, & -1 < x \leq 0, \\ x, & 0 < x < 1, \\ T = 2 \end{cases}$$

$$24. y = e^x, \quad -6 < x < 6, \quad T = 12$$

$$25. y = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, \\ 2 - x, & 1 < x < 2, \\ T = 2 \end{cases}$$

$$26. y = \begin{cases} 2, & 0 < x < 2, \\ 0, & 2 < x < 4, \\ T = 4 \end{cases}$$

$$27. y = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1, \\ 2 - x, & 1 \leq x < 2, \\ T = 2 \end{cases}$$

$$28. y = \begin{cases} 0, & -5 < x \leq 0, \\ x, & 0 < x < 5, \\ T = 10 \end{cases}$$

$$29. y = e^x, \quad -3 < x < 3, \quad T = 6.$$

$$30. y = e^x, \quad -\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}, \quad T = 3 \quad .$$

18. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию с периодом  $T$ .

$$1. y = \begin{cases} x, & -\pi < x \leq 0, \\ 2x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$3. y = \begin{cases} 4x, & -\pi < x \leq 0, \\ 3x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$5. y = \begin{cases} -x, & -\pi < x \leq 0, \\ -2x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$7. y = \begin{cases} -3x, & -\pi < x \leq 0, \\ -x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$9. y = \begin{cases} 2x, & -\pi < x \leq 0, \\ 0, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$11. y = \begin{cases} -2x, & -\pi < x \leq 0, \\ -3x, & 0 < x < \pi, T = 2\pi \end{cases}$$

$$13. y = \begin{cases} 2x, & -\pi < x \leq 0, \\ 3x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$15. y = \begin{cases} -2x, & -\pi < x \leq 0, \\ -4x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$17. y = \begin{cases} -4x, & -\pi < x \leq 0, \\ -3x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$19. y = \begin{cases} x, & -\pi < x \leq 0, \\ -2x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$21. y = \begin{cases} -x, & -\pi < x \leq 0, \\ -4x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$23. y = \begin{cases} -5x, & -\pi < x \leq 0, \\ -2x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$25. y = \begin{cases} 0, & -\pi < x \leq 0, \\ 1, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$27. y = \begin{cases} -2x, & -\pi < x \leq 0, \\ 3x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$2. y = \begin{cases} 2x, & -\pi < x \leq 0, \\ -4x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$4. y = \begin{cases} -3x, & -\pi < x \leq 0, \\ x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$6. y = \begin{cases} 3x, & -\pi < x \leq 0, \\ -x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$8. y = \begin{cases} 0, & -\pi < x \leq 0, \\ 1, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$10. y = \begin{cases} -2x, & -\pi < x \leq 0, \\ 4x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$12. y = x^2, 0 < x < 2\pi, T = 2\pi$$

$$14. y = \begin{cases} 2x, & -\pi < x \leq 0, \\ x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$16. y = \begin{cases} -4x, & -\pi < x \leq 0, \\ 3x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$18. y = \begin{cases} 2x, & -\pi < x \leq 0, \\ -x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$20. y = \begin{cases} 4x, & -\pi < x \leq 0, \\ -3x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$22. y = \begin{cases} 5x, & -\pi < x \leq 0, \\ 2x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$24. y = \begin{cases} -x, & -\pi < x \leq 0, \\ -2x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$26. y = \begin{cases} 5x + 2, & -\pi < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$28. y = \begin{cases} 1, & -\pi < x \leq 0, \\ 3, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

$$29. y = \begin{cases} 2x, & -\pi < x \leq 0, \\ -3x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases} \quad 30. y = \begin{cases} 3x, & -\pi < x \leq 0, \\ x, & 0 < x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$$

19. Разложить в ряд Фурье функцию.

1.  $y = e^{6x}, 0 < x < \pi$  (по  $\sin nx$ )
2.  $y = 1 - x, 0 < x < 1$  (по  $\cos nx$ )
3.  $y = e^{5x}, 0 < x < \pi$  (по  $\sin nx$ )
4.  $y = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}, 0 < x < \pi$  (по  $\sin nx$ ).
5.  $y = \frac{\pi - x}{2}, 0 < x < 2\pi$  (по  $\sin nx$ )
6.  $y = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}, 0 < x < \pi$  (по  $\cos nx$ )
7.  $y = \sin(1, 1x), 0 < x < \pi$  (по  $\sin nx$ )
8.  $y = x(\pi - x), 0 < x < \pi$  (по  $\sin nx$ )
9.  $y = e^{5x}, 0 < x < \pi$  (по  $\cos nx$ )
10.  $y = 1, 0 < x < \pi$  (по  $\sin nx$ )
11.  $y = x, 0 < x < \pi$  (по  $\sin nx$ )
12.  $y = \begin{cases} -2, & -\pi < x < 0, \\ \end{cases}$  (по  $\sin nx$ )
13.  $y = x^2, 0 < x < \pi$  (по  $\sin nx$ )
14.  $y = \begin{cases} 2 - x, & 0 < x < \pi \end{cases}$  (по  $\sin nx$ )
15.  $y = x^2, -\pi < x < 0$  (по  $\sin nx$ )
16.  $y = e^{4x}, 0 < x < \pi$  (по  $\sin nx$ )
17.  $y = e^{2x}, 0 \leq x \leq \pi$  (по  $\cos nx$ )
18.  $y = e^{3x}, 0 < x < \pi$  (по  $\sin nx$ )
19.  $y = \begin{cases} 1, & 0 < x < h, \\ 0, & h \leq x < \pi, \end{cases}$  (по  $\cos nx$ )
20.  $y = e^{3x}, 0 < x < \pi$  (по  $\cos nx$ )
21.  $y = e^{2x}, 0 < x < \pi$  (по  $\sin nx$ )
22.  $y = x, 0 \leq x < \pi$  (по  $\cos nx$ )
23.  $y = e^x, 0 < x < \pi$  (по  $\sin nx$ )
24.  $y = \cos x, 0 < x < \pi$  (по  $\sin nx$ )
25.  $y = e^{6x}, 0 < x < \pi$  (по  $\cos nx$ )
26.  $y = e^x, 0 < x < \pi$  (по  $\cos nx$ )
27.  $y = 2x, 0 < x < \pi$  (по  $\cos nx$ )
28.  $y = e^{4x}, 0 < x < \pi$  (по  $\cos nx$ )
29.  $y = 0, 5x, 0 < x < \pi$  (по  $\cos nx$ )
30.  $y = \frac{\pi}{2} - x, 0 < x < \pi$  (по  $\cos nx$ )

20. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию с периодом  $T$ .

1.  $y = \cos(1, 2x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

2.  $y = \sin(1, 3x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

3.  $y = \cos(1, 5x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

4.  $y = |5x|, -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

5.  $y = \cos(ax), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

6.  $y = x^3, -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

7.  $y = \begin{cases} x, & 0 < x < 2\pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$

8.  $y = \cos(1, 1x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

9.  $y = \sin(1, 2x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

10.  $y = e^x - 1, 0 < x < 2\pi, T = 2\pi$

11.  $y = \cos(2, 1x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

12.  $y = \begin{cases} 0, & -e < x \leq 0, \\ x, & 0 < x < e, \\ T = 2e \end{cases}$

13.  $y = \cos(1, 3x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

14.  $y = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0, \\ x, & 0 \leq x < \pi, \\ T = 2\pi \end{cases}$

15.  $y = \sin(1, 4x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

16.  $y = \cos(1, 6x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

17.  $y = \sin(1, 8x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

18.  $y = \cos(1, 7x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

19.  $y = \cos(1, 3x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

20.  $y = \sin(1, 9x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

21.  $y = \cos(1, 8x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

22.  $y = \sin(1, 5x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

23.  $y = \cos(1, 9x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

24.  $y = e^x, -5 < x < 5, T = 10$

25.  $y = \sin(1, 7x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

26.  $y = \sin(1, 6x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

27.  $y = \cos(1, 4x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

28.  $y = \sin(2, 1x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

29.  $y = \sin(1, 8x), -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

30.  $y = \sin ax, -\pi < x < \pi, T = 2\pi$

**21.** Решить следующие задачи.

Задача 1. Пусть под действием собственного веса мост имеет форму кривой

$$y_1 = a \operatorname{ch} \left( \frac{x}{a} \right) + (b - a)$$

(цепная линия с вершиной в т.  $M_0(0, b)$ , рис.1).

Доказать, что, если вблизи т.  $M_0$  цепную линию заменить параболой  $y_2 = \frac{x^2}{2a} + b$ , то  $R(x) = (y_1 - y_2)$  — величина более высокого порядка малости, чем  $x^2$  (при  $x \rightarrow 0$ ).

Указание. См. решение примера 44.

Решить задачу 1 при следующих значениях  $a$  и  $b$ :

1.  $a = 2, b = 3.$
2.  $a = 3, b = 4.$
3.  $a = 2, b = 4.$
4.  $a = \frac{3}{2}, b = 2.$
5.  $a = \frac{4}{3}, b = 3.$
6.  $a = \frac{1}{2}, b = 4.$

Задача 2. Пусть под действием собственного веса мост имеет форму цепной линии

$$y_1 = a \operatorname{ch} \left( \frac{x}{2a} \right) + b,$$

низшая точка которой  $M_0(0, a + b)$  (рис.1).

При технических расчетах предлагается вблизи т.  $M_0$  цепную линию заменить параболой  $y_2 = \frac{x^2}{8a} + (a + b)$  и для заданных значений  $a$  и  $b$  оценить погрешность  $R(x) = (y_1 - y_2)$  в  $\delta$ -окрестности т.  $M_0$ .

Указание. Разложить  $R(x)$  в степенной ряд и воспользоваться решением примера 44.

Решить задачу 2 при следующих значениях  $a$  и  $b$ :

7.  $a = \frac{1}{3}, b = 1.$
8.  $a = \frac{1}{2}, b = 3.$
9.  $a = 1, b = 4.$
10.  $a = \frac{1}{4}, b = 2.$
11.  $a = 2, b = \frac{1}{2}.$
12.  $a = 3, b = \frac{1}{3}.$

Задача 3. Пусть под действием собственного веса мост имеет форму цепной линии

$$y_1 = a \operatorname{ch} \left( \frac{x}{a} \right) + (b - a),$$

вершина которой находится в т.  $M_0(0, b)$ , рис.3. При технических расчетах предлагается заменить цепную линию параболой  $y_2 = Ax^2 + B$ , проходящей через т.  $M_1 \left( a, \frac{a}{2} + b \right)$  и вершина которой совпадает с вершиной цепной линии.

Указание. См. решение примера 44.

Для заданных значений  $a$  и  $b$  записать  $R(x) = (y_1 - y_2)$  в виде степенного ряда по степеням  $x$  и найти интервал сходимости полученного ряда.

Решить задачу 3 при следующих значениях  $a$  и  $b$  :

13.  $a = 1, b = 3.$  14.  $a = \frac{6}{5}, b = 2.$  15.  $a = \frac{5}{2}, b = 5.$   
16.  $a = \frac{1}{3}, b = 2.$  17.  $a = \frac{3}{3}, b = 2.$  18.  $a = \frac{4}{3}, b = 4.$

Задача 4. Пусть под действием собственного веса мост имеет форму цепной линии (рис. 1).

$$y_1 = a \operatorname{ch} \left( \frac{x}{a} \right) + a.$$

При технических расчетах предлагается заменить цепную линию параболой  $y = Ax^2 + B$ , вершина которой совпадает с вершиной цепной линии, причем разность  $(y_1 - y_2)$  должна быть величиной более высокого порядка малости, чем  $x^2$ . (при  $x \rightarrow 0$ ). Для заданного значения параметра  $a$  найти коэффициенты  $A$  и  $B$ .

Указание. Разложить  $R(x) = (y_1 - y_2)$  в степенной ряд по степеням  $x$  и воспользоваться решением примера 1.

Решить задачу 4 при следующих значениях  $a$  :

19.  $a = \frac{1}{2}.$  20.  $a = \frac{2}{3}.$  21.  $a = \frac{1}{3}.$  22.  $a = \frac{1}{4}.$  23.  $a = 2.$  24.  $a = 3.$

Задача 5. Пусть для моста параболического типа стрелка прогиба  $S$  и пролет фермы моста  $2l$  (рис. 4) связаны соотношением  $l = K \cdot S$ . Найти длину криволинейной части фермы моста  $L$  для заданных значений  $K$  и  $S$  в форме числового ряда. Вычислить приближенное значение  $L$ , ограничившись тремя членами ряда и оценить отброшенный остаток.

Указание. См. пример 45. Отброшенный остаток ряда можно оценить при помощи признака сходимости Лейбница для знакочередующихся рядов.

Решить задачу 5 при следующих значениях  $K, S$  :

25.  $K = 2, 5, S = 2.$  26.  $K = 2, 6, S = 3.$  27.  $K = 2, 7, S = 4.$   
28.  $K = 2, 8, S = 5.$  29.  $K = 2, 9, S = 6.$  30.  $K = 3, 0, S = 7.$

Задача 6. Пусть для моста параболического типа стрелка прогиба  $S$  и пролет фермы моста  $2l$  (рис. 4) связаны соотношением

$$l = S^2.$$

Найти длину криволинейной части фермы моста  $L$  для заданного значения  $S$  в форме числового ряда. Вычислить, сколько членов ряда нужно включить



в приближенное решение для того, чтобы отброшенный остаток ряда не превосходил заданное число  $\varepsilon$ .

Указание. См. пример 45. Отброшенный остаток ряда можно оценить при помощи признака сходимости Лейбница для знакочередующихся рядов.

Решить задачу 6 при следующих значениях  $S, \varepsilon$  :

31.  $S = 3, \varepsilon = 0.01.$     32.  $S = 4, \varepsilon = 0.02.$     33.  $S = 5, \varepsilon = 0.02.$   
 34.  $S = 6, \varepsilon = 0.05.$     35.  $S = 7, \varepsilon = 0.05.$     36.  $S = 8, \varepsilon = 0.06.$

**22.** Решить следующие задачи для самоконтроля.

Задача 7. Числа  $U_1, U_2, \dots, U_n, \dots$  образуют геометрическую прогрессию, причем

$$\begin{cases} U_{k_1} + U_{k_2} = M_1, \\ U_{k_1+1} + U_{k_2+1} = M_1, \end{cases} \quad (1)$$

Найти значение  $n$ , при котором  $S_n = M_3$ , где  $S_n$  — частичная сумма ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$ .

Указание. См. решение примера 46.

Решить задачу 7 при следующих значениях  $k_1, k_2, M_1, M_2, M_3$  :

1.  $k_1 = 2, k_2 = 4, M_1 = -10, M_2 = -20, M_3 = -63$
2.  $k_1 = 2, k_2 = 5, M_1 = -\frac{7}{32}, M_2 = \frac{7}{64}, M_3 = \frac{11}{32}$
3.  $k_1 = 3, k_2 = 6, M_1 = \frac{28}{81}, M_2 = \frac{28}{243}, M_3 = \frac{121}{27}$
4.  $k_1 = 1, k_2 = 4, M_1 = -21, M_2 = 42, M_3 = -255$
5.  $k_1 = 1, k_2 = 3, M_1 = -\frac{5}{12}, M_2 = -\frac{5}{24}, M_3 = -\frac{127}{192}$
6.  $k_1 = 1, k_2 = 3, M_1 = 20, M_2 = 40, M_3 = 4092.$

Задача 8. Задан ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$ . Оценить, что больше  $S$  или  $S_k$  (для указанного номера  $k$ ), где  $S$  — сумма ряда,  $S_k$  — частичная сумма.

Указание. См. решение примера 47.

Решить задачу 8 для следующих рядов:

7.  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n = 3 + 2 + 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2 \cdot 3^2} - \frac{1}{2 \cdot 3^4} - \frac{1}{2 \cdot 3^6} - \dots; (k = 6)$
8.  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n = -2 - 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{3^5} + \dots; (k = 7)$
9.  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n = 1 - \frac{3}{2^2} + \frac{3}{2^4} - \frac{3}{2^6} + \frac{3}{2^8} - \frac{3}{2^{10}} + \dots; (k = 5)$
10.  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n = -1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 3^2} + \frac{1}{2 \cdot 3^3} + \frac{1}{2 \cdot 3^4} + \frac{1}{2 \cdot 3^5} + \dots; (k = 8)$

11.  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n = 2 + \frac{3}{2} - \frac{3}{2^3} + \frac{3}{2^5} - \frac{3}{2^7} + \frac{3}{2^9} - \dots; (k = 7)$   
 12.  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n = -\frac{1}{2^2 \cdot 3} + \frac{1}{2^3 \cdot 3^2} - \frac{1}{2^4 \cdot 3^3} + \frac{1}{2^5 \cdot 3^4} - \dots; (k = 9)$

Задача 9. Заданы два ряда

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} u_n, \quad (2) \sum_{n=1}^{\infty} v_n.$$

Определить для какого из них не выполняется необходимый признак сходимости.

Указание. См. решение примера 48.

Решить задачу 9 для следующих рядов.

13. (1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^3}{3^n}$ , (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$ .  
 14. (1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^{n+5}}$ , (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^4 + n + 2}}{\sqrt{n^3 + 1}}$ .  
 15. (1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+2}}$ , (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)!}{\sqrt{n}(n+1)!}$ ,  
 16. (1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(n+1)!}$ , (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \sin \frac{1}{n}}$ .  
 17. (1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 2}}{n + 10}$ , (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 + 2}}$ .  
 18. (1)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1}$ , (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \operatorname{tg} \frac{1}{n}}$ .

Задача 10. Используя разложение в ряд функций:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

$$(-\infty < x < \infty),$$

$$\sin x = 1 + x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$$

$$(-\infty < x < \infty),$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$$

$$(-\infty < x < \infty),$$

найти интервал сходимости и сумму заданного степенного ряда.

Указание. См. решение примера 49.

Решить задачу 10 для следующих рядов:

19.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n!}$ .  
 20.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2^n n!}$ .  
 21.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2^{2n+1} (2n+1)!}$ .  
 22.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 3^{2n}}{(2n)!} x^{2n}$ .  
 23.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n!}$ .  
 24.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{3^n n!} x^n$ .

Задача 11. Найти интервал сходимости и сумму заданного ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} u_n(x)$ , интегрируя (или дифференцируя) почленно следующие известные ряды:

$$(1) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n = \frac{1}{1+x}, \quad (-1 < x < 1).$$

$$(2) \sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}, \quad (-1 < x < 1).$$

$$(3) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n} = \frac{1}{1+x^2}, \quad (-1 < x < 1).$$

Указание. См. решение примера 50.

Решить задачу 11 для следующих рядов:

$$25. \sum_{n=1}^{\infty} nx^n.$$

$$26. \sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n.$$

$$27. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (n+1)x^n.$$

$$28. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (n+1)(n+2)x^n.$$

$$29. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)} x^{2n+1}.$$

$$30. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{(n-1)} \frac{x^n}{n}.$$

## Таблица вариантов

В	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	15	6	9	17	26	9	21	18	6	27	2	13	9	13	4	8	8	23	16	16	6	9
2	17	15	14	10	4	9	24	8	27	28	16	9	3	14	4	12	12	2	23	2	14	10
3	28	23	2	22	25	14	5	21	23	25	29	20	20	15	4	28	7	26	10	17	25	14
4	18	3	24	6	28	23	3	27	2	12	9	24	4	23	29	3	29	29	22	20	6	9
5	10	17	21	24	8	25	19	30	14	26	30	23	12	22	22	24	15	27	21	15	14	10
6	2	21	18	3	14	5	18	9	3	1	7	16	28	18	30	16	30	26	10	11	18	3
7	22	24	17	19	13	14	28	18	21	16	23	22	21	12	19	2	22	7	7	12	19	13
8	11	8	13	30	12	24	7	20	19	10	15	18	15	4	23	4	24	4	29	25	30	12
9	6	11	22	7	19	7	26	20	22	18	25	5	12	10	13	5	2	23	2	6	25	14
10	4	9	9	27	8	29	28	17	20	17	5	14	10	19	8	21	28	1	12	29	32	9
11	16	10	1	12	26	21	7	17	23	21	21	19	23	3	8	5	7	29	24	22	36	12
12	12	14	1	12	16	6	11	23	14	29	9	4	30	15	26	29	19	13	3	17	18	3
13	23	28	23	16	5	18	27	14	25	5	13	27	4	10	22	5	23	24	4	14	30	12
14	2	27	21	22	22	14	13	26	27	20	9	2	7	9	9	26	10	23	2	28	9	9
15	18	12	12	22	24	4	14	9	16	3	3	21	24	14	7	3	27	17	13	12	19	13
16	11	6	9	27	7	13	26	21	25	15	17	30	12	14	28	16	21	5	4	23	1	12
17	8	8	3	6	12	10	5	30	3	4	22	21	27	28	30	29	9	9	19	27	9	9
18	12	9	19	2	3	28	16	20	29	3	19	23	10	13	30	18	19	15	23	19	3	32
19	7	8	1	20	16	19	21	16	18	11	20	24	21	12	12	5	13	25	8	15	12	9
20	14	3	5	4	2	21	13	21	28	17	11	29	3	8	14	17	27	29	28	29	30	12
21	26	14	1	7	23	17	19	21	7	14	30	27	11	26	20	11	24	26	8	27	1	12
22	8	3	28	16	20	29	29	18	29	2	11	14	21	8	22	3	9	15	21	14	22	3
23	5	22	28	6	8	22	1	1	18	6	15	25	29	7	24	14	25	18	27	11	33	28
24	23	22	19	27	27	4	20	14	23	29	17	2	27	11	29	9	1	13	4	14	19	13
25	22	22	29	15	23	5	3	9	13	11	10	13	12	2	18	25	29	25	19	29	3	28
26	20	28	23	19	23	21	14	30	26	26	23	28	12	23	9	7	20	13	25	25	22	29
27	16	12	9	15	13	11	19	18	29	4	15	30	4	7	25	12	8	15	2	8	28	23
28	20	26	19	25	27	15	8	21	10	19	20	15	22	18	2	30	25	12	25	17	3	28
29	20	8	15	23	30	9	30	24	6	2	30	12	11	14	6	21	24	25	3	30	3	28
30	13	10	11	15	17	23	1	22	19	23	8	10	24	2	3	29	25	14	20	28	22	29
31	29	5	5	13	16	9	7	21	26	21	9	24	23	19	10	1	3	20	4	21	28	23
32	5	30	14	23	16	6	25	30	4	11	24	19	23	13	6	28	9	14	24	3	25	4
33	19	17	27	19	28	16	14	30	13	30	5	27	11	2	4	18	5	17	3	11	22	29
34	21	22	7	21	6	1	2	17	4	21	1	4	20	3	24	30	21	5	23	5	28	23
35	12	8	23	15	2	25	4	13	13	14	5	14	4	28	16	25	19	18	5	6	29	13
36	8	29	13	18	9	17	14	6	24	2	10	5	4	27	9	4	19	21	25	12	10	13
37	15	11	26	20	5	4	28	25	18	6	1	21	6	19	28	10	4	5	27	7	31	25
38	13	21	10	14	2	1	24	28	12	5	9	26	13	23	14	30	2	9	17	18	25	4
39	7	2	2	8	20	23	10	22	19	29	15	26	6	11	24	3	18	18	25	26	29	13
40	28	15	10	13	11	11	26	28	25	30	12	30	26	10	5	17	14	21	3	2	10	13
41	2	21	30	17	2	14	9	26	16	26	24	2	15	10	5	7	11	20	24	10	21	25
42	23	11	1	8	13	1	15	20	8	18	18	16	5	30	7	18	7	10	15	7	29	13
43	8	29	10	7	29	17	20	28	21	15	16	4	14	1	23	8	30	4	29	17	10	13
44	16	25	15	16	30	6	21	20	1	21	20	17	13	14	4	15	25	25	2	20	25	4
45	9	30	2	20	9	30	18	1	5	11	7	12	1	22	6	14	17	17	7	22	21	25
46	20	21	24	8	20	2	20	22	20	21	14	13	26	30	8	12	3	20	19	2	8	20
47	2	13	21	9	6	12	15	25	21	8	20	21	20	23	15	6	16	1	29	3	23	19
48	20	22	10	26	1	26	20	6	22	25	20	15	15	30	5	3	19	19	20	2	15	15
49	20	29	9	28	24	14	5	26	1	10	9	28	19	3	8	17	21	3	2	29	23	
50	26	14	24	13	7	9	17	2	24	10	18	2	13	21	18	6	8	13	13	4	23	19
51	14	26	6	30	8	29	21	13	1	15	26	20	10	29	2	22	28	24	6	26	15	15
52	16	12	29	8	29	6	27	19	20	13	22	19	14	14	10	26	14	17	23	11	8	20
53	24	21	16	10	11	29	18	23	23	24	12	20	29	15	6	24	15	15	18	27	21	25
54	15	5	19	22	26	22	23	10	28	4	11	1	20	8	30	23	6	16	4	18	23	19
55	8	15	15	2	16	15	16	21	15	21	24	11	14	23	28	23	10	14	9	9	23	11
56	7	20	8	16	22	27	16	3	3	11	26	23	19	18	18	14	10	21	23	26	34	26
57	17	22	16	16	15	19	6	13	10	17	1	9	16	3	9	26	23	17	24	7	8	20
58	29	16	5	9	28	30	7	3	27	19	28	28	15	13	30	29	10	27	29	4	15	15
59	13	3	3	1	15	29	15	30	8	13	29	3	7	8	20	10	2	22	28	15	23	11
60	9	27	20	21	16	17	1	30	13	14	27	28	25	10	2	15	12	23	19	16	35	20

B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
61	30	3	24	22	29	23	28	29	23	21	25	27	13	2	13	6	25	17	14	8	14	26
62	2	13	23	19	11	6	20	9	15	5	27	27	19	17	21	7	27	8	17	4	29	22
63	10	22	14	19	23	22	5	14	6	21	7	13	23	22	19	18	5	26	28	29	33	11
64	7	12	14	6	15	17	26	22	25	21	27	27	20	29	20	23	27	20	23	26	15	2
65	3	21	28	4	1	8	22	30	2	4	27	22	19	1	17	4	23	21	22	7	30	11
66	23	9	10	3	21	12	24	13	25	20	26	21	29	17	21	26	28	24	10	13	20	8
67	23	23	17	8	8	2	24	30	17	18	11	28	12	4	2	6	7	10	20	23	23	14
68	6	20	16	9	14	1	29	27	1	25	5	15	11	21	14	5	9	22	26	10	4	21
69	21	11	14	26	11	18	18	5	18	25	23	23	21	22	1	24	26	18	9	3	1	2
70	13	30	19	17	11	24	21	8	3	27	26	4	26	22	19	2	6	9	5	21	19	17
71	27	2	6	27	15	18	30	19	28	29	18	25	4	1	18	4	9	26	28	27	10	19
72	25	20	27	6	23	4	4	4	26	11	23	1	5	7	13	5	8	25	7	17	34	28
73	22	27	18	8	5	30	1	15	4	8	16	5	1	23	27	3	25	19	5	22	8	5
74	8	17	1	18	15	16	19	30	11	9	20	27	20	18	8	9	16	20	19	28	3	9
75	13	29	3	4	7	29	26	20	6	27	1	28	16	13	9	23	11	17	27	12	9	14
76	24	10	27	8	3	9	8	20	15	12	26	6	21	2	30	11	10	1	30	11	27	9
77	6	10	1	2	4	12	11	30	13	8	22	22	23	25	13	22	15	1	14	6	3	9
78	17	10	4	28	6	18	23	29	4	2	28	16	6	24	9	5	27	29	30	12	9	14
79	22	26	17	7	28	10	19	11	20	8	4	25	11	29	3	1	22	7	15	21	4	21
80	10	19	30	4	13	27	17	1	10	27	13	15	9	26	29	21	30	16	23	12	3	9
81	15	6	9	17	26	9	21	18	6	27	2	13	9	13	4	8	8	23	16	16	27	9
82	17	15	14	10	4	9	24	8	27	28	16	9	3	14	4	12	12	2	23	2	4	28
83	28	23	2	22	25	14	5	21	23	25	29	20	20	15	4	28	7	26	10	17	29	22
84	18	3	24	6	28	23	3	27	2	12	9	24	4	23	29	3	29	29	22	20	9	14
85	10	17	21	24	8	25	19	30	14	26	30	23	12	22	22	24	15	27	21	15	15	2
86	2	21	18	3	14	5	18	9	3	1	7	16	28	18	30	16	30	26	10	11	30	11
87	22	24	17	19	13	14	28	18	21	16	23	22	21	12	19	2	22	7	7	12	20	8
88	11	8	13	30	12	24	7	20	19	10	15	18	15	4	23	4	24	4	29	25	23	14
89	6	11	22	7	19	7	26	20	22	18	25	5	12	10	13	5	2	23	2	6	3	9
90	27	16	4	5	19	9	20	28	22	11	14	8	11	23	9	23	9	21	12	10	31	2
91	3	9	14	3	14	3	16	29	20	8	17	5	29	28	27	22	1	15	14	10	19	17
92	3	22	16	11	9	17	21	23	18	28	13	29	23	4	17	9	17	3	11	6	10	19
93	28	8	24	5	5	8	9	10	19	9	4	8	28	19	14	18	23	2	4	20	27	9
94	2	15	12	27	27	5	14	11	12	15	5	19	20	11	20	22	12	21	8	11	8	5
95	10	1	5	12	14	29	20	7	18	22	29	18	3	8	6	2	24	5	26	1	23	11
96	19	27	27	9	11	15	14	23	6	20	5	17	1	18	21	21	13	26	1	3	4	13
97	18	25	26	16	22	12	9	11	16	13	22	24	2	28	23	8	17	7	12	10	27	9
98	17	1	16	26	9	14	17	9	12	7	11	16	20	23	7	10	11	7	18	26	35	5
99	7	1	6	2	25	19	15	2	18	4	5	18	12	18	5	22	24	16	8	20	18	3
100	18	3	18	5	23	16	19	3	18	7	13	25	1	18	26	20	5	3	14	19	9	10
101	5	13	16	7	4	5	15	3	29	10	10	15	15	22	26	20	2	11	15	26	18	3
102	16	13	23	26	2	17	2	3	24	8	8	2	16	10	16	21	6	18	9	12	4	13
103	9	25	21	13	12	16	24	22	1	13	15	4	5	21	10	11	27	20	16	21	4	28
104	29	23	14	6	10	19	28	16	23	9	29	5	4	15	16	5	2	19	1	29	27	5
105	24	25	24	2	7	16	28	12	15	10	18	13	20	3	5	24	17	13	1	10	18	3
106	6	16	18	3	13	1	22	6	20	20	20	18	8	25	28	8	13	23	5	25	4	13
107	29	4	21	21	13	19	23	8	23	16	18	7	22	12	24	4	13	12	15	14	30	11
108	7	13	26	13	20	8	1	27	13	5	24	10	29	2	28	14	16	17	9	8	20	8
109	18	16	20	23	25	17	21	3	13	16	11	6	19	10	25	13	3	24	3	23	32	14
110	13	30	19	17	11	24	21	8	3	27	26	4	26	22	19	2	6	9	5	21	4	21
111	27	2	6	27	15	18	30	19	28	29	18	25	4	1	18	4	9	26	28	27	1	2
112	25	20	27	6	23	4	4	4	26	11	23	1	5	7	13	5	8	25	7	17	19	17
113	22	27	18	8	5	30	1	15	4	8	16	5	1	23	27	3	25	19	5	22	10	19
114	8	17	1	18	15	16	19	30	11	9	20	27	20	18	8	9	16	20	19	28	4	28
115	13	29	3	4	7	29	26	20	6	27	1	28	16	13	9	23	11	17	27	12	29	22
116	24	10	27	8	3	9	8	20	15	12	26	6	21	2	30	11	10	1	30	11	23	11
117	6	10	1	2	4	12	11	30	13	8	22	22	23	25	13	22	15	1	14	6	15	2
118	17	10	4	28	6	18	23	29	4	2	28	16	6	24	9	5	27	29	30	12	4	21
119	22	26	17	7	28	10	19	11	20	8	4	25	11	29	3	1	22	7	15	21	8	5
120	10	19	30	4	13	27	17	1	10	27	13	15	9	26	29	21	30	16	23	12	36	17